الأساليب الإحصائية المستخدمة

في التطبيقات الاقتصادية

الطبعـة الاولـى

1439هـ - 2018م



شركة دار الأكاديميون للنشر والتوزيع
المملكة الأردنية الهاشمية
عمان – مقابل البوابة الرئيسية للجامعة الأردنية
تلفاكس : 0096265330508
جــوال : 00962795699711
E-mail: academpub@yahoo.com

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى المكتبة الوطنية
(2017/5/2105)

المؤلف ومن في حكمه:

سعد عجيل شهاب

الناشر

شركة دار الأكاديميون للنشر والتوزيع
عمان – الأردن

عنوان الكتاب:

الأساليب الإحصائية المستخدمة في التطبيقات الاقتصادية

ISBN : 978-9957- 637- 37- 8

الأساليب الإحصائية المستخدمة في التطبيقات الاقتصادية

تأليف

الأستاذ الدكتور سعد عجيل شهاب

أستاذ الاقتصاد القياسي

جامعة نوروز



الأكاديميون للنشر والتوزيع

بسم الـلـه الرحمن الرحيم

(وَقُل رَّبِّ زِدْنِي عِلْمًا {114}) طه : 114.

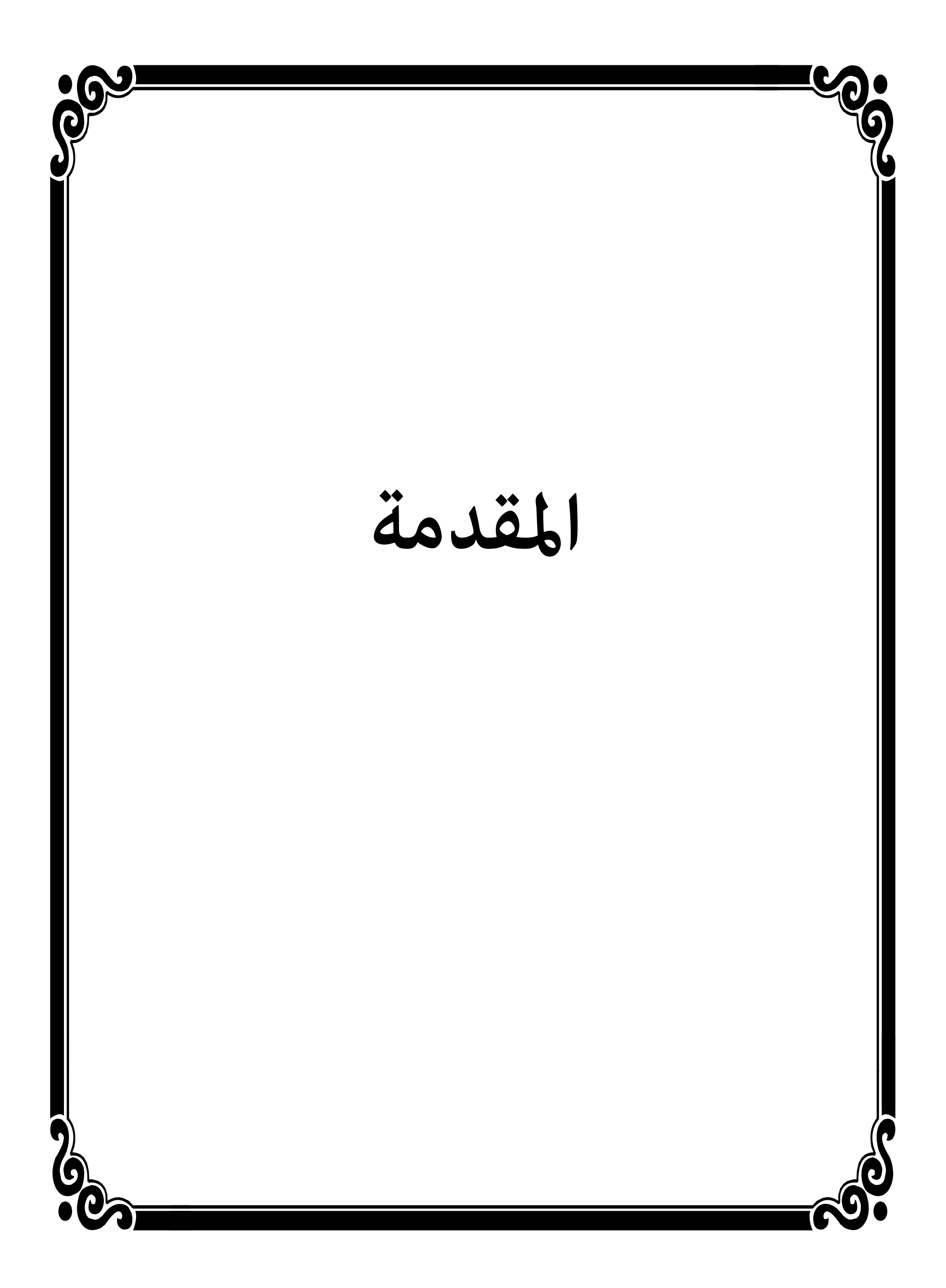
الاهداء

إلى ....

جسر العتيق في الموصل

أ.د.سعد عجيل شهاب

المحتويات



المقدمة

المقدمة

تبقى النظرية الاقتصادية بجانبيها الجزئي والكلي، قاصرة في التعبير عن العلاقات الاقتصادية التي تتضمنها ما لم يتم دراستها كمياً من أجل تحليلها وبالتالي اختبار مدى صحة تلك النظرية.

ومن ضمن الأدوات التي أدخلت لقراءة أوضح للنظرية الاقتصادية ما قدمه الإحصاء من أساليب وطرق وصيغ تم من خلالها معرفة التأثير الكمي بين المتغيرات الاقتصادية وعدم بقاءها مجرد علاقة بين تلك المتغيرات، إضافة إلى اختبار هذه العلاقات، ومعرفة مدى قوتها المعنوية، وبالتالي إمكانية التنبؤات المستقبلية لكثير من المتغيرات بالاستناد إلى إحصاءات وظفت في هذا المجال.

إن النظرية الاقتصادية تكون صماء في التعبير عن الكثير من الطروحات التي تحتاج إلى دعم رقمي يتم الحصول عليه من خلال إحصاءات مبوبة أو غير مبوبة، وبالتالي وضع تلك الطروحات في دائرة التفسير والتحليل العلمي.

تطرق هذا الكتاب إلى كيفية توظيف الإحصاءات في خدمة النظرية الاقتصادية، وأود التنويه هنا إلى وجود إحصاءات كثيرة أخرى لم يتم التطرق إليها، كما يوجد كثير من المجالات الاقتصادية الأخرى التي يمكن استخدام الإحصاءات في توضيحها، إلا أننا بدأنا ببعض الإحصاءات التي تستخدم في التحليل والتنبؤ الاقتصادي، وبعض طروحات النظرية الاقتصادية، وعليه تم تقسيم الكتاب إلى ستة فصول تناول الفصل الأول إحصاءات تقدير واختبار النموذج الاقتصادي سواء كان النموذج خطي بسيط ومتعدد أو لا خطي، أما الفصل الثاني فاختص بإحصاءات التنبؤ بالمتغيرات الاقتصادية بشقيه المعتمد على نماذج الانحدار والمعتمد على السلاسل الزمنية في حين درس الفصل الثالث إحصاءات توزيع الدخل من خلال المعايير الإحصائية لقياس التفاوت في توزيع الدخل الشخصي، وقد أوضح الفصل الرابع إحصاءات

الرفاهية الاقتصادية باعتماد مقياس سن للرفاهية والمقياس الموسع للرفاهية علاوة على المقياس المناطقي للرفاهية، أما الفصل الخامس فقد أفرد لإحصاءات التنمية البشرية من خلال أدلة التنمية البشرية ومؤشراتها، وأخيراً تناول الفصل السادس إحصاءات الفقر البشري وذلك بالتطرق إلى أدلة الفقر البشرية للدول النامية، والدول المتقدمة الصناعية إضافة إلى دليل الفقر البشري الوطني.

يعد هذا الكتاب مساهمة متواضعة في خدمة المعنيين بالجانب الاقتصادي التطبيقي، كونه يقدم أساليب وطرق إحصائية تعالج مجالات اقتصادية عديدة، وهو قابل للتقويم والتصويب الذي حتماً يتأتى من خلال الطروحات المقدمة من زملائي الباحثين في مجال الاقتصاد والإحصاء خدمة للصالح العام.

المؤلف

الموصل

2017/2/18

17 جمادي الآخر 1438



الفصل الأول

إحصاءات تقدير واختبار

النموذج الاقتصادي

الفصل الأول

إحصاءات تقدير واختبار النموذج الاقتصادي

1-1: تقدير واختبار النموذج الخطي البسيط.

1-1-1: تقدير النموذج الخطي البسيط.

2-1-1: الاختبارات الإحصائية للنموذج الخطي البسيط.

2-1: تقدير واختبار النموذج الخطي المتعدد.

1-2-1: تقدير النموذج الخطي المتعدد.

2-2-1: الاختبارات الإحصائية للنموذج الخطي المتعدد.

3-1: تقدير النموذج اللاخطي.

1-3-1: النموذج اللوغاريتمي المزدوج.

2-3-1: النموذج نصف اللوغاريتمي.

3-3-1: النموذج المعكوس.

4-3-1: النموذج اللوغاريتمي المعكوس.

5-3-1: النموذج الأسي.

4-1: تمارين.

الفصل الأول

إحصاءات تقدير واختبار النموذج الاقتصادي

1-1: تقدير واختبار النموذج الخطي:

يطلق على مجموعة العلاقات الدالية لمتغيرات تفسر ظاهرة اقتصادية بنموذج الانحدار Regression Model، ومن أبسط أنواع النماذج الاقتصادية هو نموذج الانحدار الخطي البسيط الذي يتكون من متغيرين أحدهما تابع Dependend Variable مثل الاستهلاك والآخر مستقل In dependend Variable مثل الدخل، وأن العلاقة الدالية التي تجمعهما هي:

$Y = f(x).$

عندما:

Y يمثل المتغير التابع.

X يمثل المتغير المستقل.

f يعني أن Y يعتمد على X.

نقصد بالعلاقة الدالية هنا أن يكون هناك اعتمادية للمتغير التابع على المتغير المستقل، بحيث إذا حدث تغير في المتغير المستقل فإن هذا سيؤدي إلى حدوث تغير في المتغير التابع سواء بالزيادة أو النقصان وحسب طبيعة العلاقة التي تربط بين هذين المتغيرين استنادًا للنظرية الاقتصادية.

نلاحظ أن هذه العلاقة الدالية تتكون من متغير مستقل واحد هو (X) يؤثر على متغير تابع هو (Y)، لذا يسمى هذا النموذج بالبسيط لاحتوائه على متغير مستقل واحد، على عكس النموذج المتعدد الذي يحتوي على أكثر من متغير مستقل، وعندما نقول أن النموذج خطي، فإن هذا يشير إلى أن النموذج يكون بصيغة خطية، أي إذا تم إسقاط المشاهدات المتناظرة للمتغير في (X) و (Y) على المحورين الأفقي والعمودي لغرض رسم النموذج، فإننا نحصل على اتجاه بياني بشكل خط مستقيم كما في الصيغة الخطية الآتية:

$$Yi = B_o + B_1 Xi$$

عندما B_1 و B_o معلمات Parametirs مجهولة القيم وثابت Constand؛ حيث B_o تمثل تقاطع خط الانحدار مع المحور العمودي وقيمتها = Yi عندما Xi = صفر، أما B_1 فهي تمثل معامل المتغير المستقل أو الميل في النموذج الخطي.

ولكون النموذج في الصيغة أعلاه، لا يمثل العلاقة الحقيقية بين المتغيرين بسبب انحرافه لوجود أخطاء في القياس أو اختيار المتغير المستقل ولأسباب أخرى، يتم إضافة متغير جديد إلى النموذج يسمى بالمتغير العشوائي Random Variable أو حد الخطأ والمعرف اختصاراً بـ (ui) أو (ei) حيث يقوم بامتصاص واحتواء المتغيرات غير القابلة للقياس أو غير الداخلة في النموذج، فيصبح النموذج ذو التقدير الرمزي كالآتي:

$$\hat{Y}i = \hat{B}o + \hat{B}1\, Xi + ei$$

إن القيمة المقدرة $(\hat{Y})$ تعتمد على القيمتين المقدرتين للثابت $(\hat{B}o)$ والمعامل $(\hat{B}1)$ وهي قد تختلف عن القيمة الحقيقة (Y) لذا ينتج ما يسمى بخطأ التقدير (ei) وعليه فإن:

$$ei = yi - \hat{y}$$

ولغرض جعل خط الانحدار المقدر أفضل خط مقدر؛ بحيث يكون أقرب للخط الحقيقي يفترض أن يكون:

$$\sum ei^2 = \sum(yi - \hat{Y})^2 = 0$$

من أجل معرفة تأثير المعنوية الإحصائية للمتغير المستقل(X) على المتغير التابع (Y) في النموذج المقدر، يتم اعتماد جملة من الاختبارات الإحصائية تقيس التأثير المعنوي بين المتغيرين.

لذا سيتم التطرق في هذا القسم إلى الطرق الإحصائية لتقدير النموذج الخطي البسيط، ومن ثم إلى الاختبارات لتقييم النموذج المقدر معززين ذلك بأمثلة تطبيقية حول التقدير والاختبار.

1-1-1: تقدير نموذج الانحدار الخطي البسيط:

هناك طرق عدة يتم من خلالها تقدير نموذج الانحدار كطريقة المربعات الصغرى العامة (GLS) وطريقة المربعات الصغرى الموزونة (WLS) وغيرها إلا أن طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية Ordinary Least squares Method والمعرفة اختصارًا بـ (OLS) تمتلك خصائص معنية يمكن أن يستند عليها النموذج المقدر، فتصبح مقدراته مثلى تقترب من القيم الحقيقية، لذا سيتم اعتماد هذه الطريقة في عملية التقدير.

تتمثل خصائص تقديرات المربعات الصغرى الاعتيادية بالآتي:

- خاصية خطية المقدرات Linearity of estimators property
- خاصية عدم التحيز Unbiasedness property
- خاصية أفضل مقدر أو أقل تباين Best estimator property

هذه الخصائص يمكن اختصارها بـ (أفضل مقدر خطي غير متحيز Best linear unbiased estimator والمعرفة اختصاراً بـ (BLUE)، وحتى تتمكن هذه الطريقة من إعطاء أفضل مقدر لعينة مشاهدات (Y, X) من بين عدد كبير من الخطوط الممكن تقديرها للنموذج الخطي، وبالتالي امتلاك المقدرات هذه الخصائص أعلاه، لابد من اجتياز النموذج المقدر للفروض الخاصة بالمتغير العشوائي (ei) والتي يمكن تلخيصها بالآتي:

$$u \sim N(O,\ ^{2}\sigma u)$$
$$cov.(uiXi) = \sum(uiXi) = 0$$
$$cov.(uiuj) = 0$$

عندما تعني الصيغة الأولى أن:

ui متغير عشوائي يتوزع توزيعًا طبيعيًا حول وسطه الحسابي المساوي للصفر وتباين ثابت، في حين الصيغة الثانية تعني أنه لا توجد علاقة بين المتغير العشوائي والمتغير المستقل، أما الصيغة الأخيرة، فتشير إلى انعدام العلاقة بين المشاهدات المتتالية للمتغير العشوائي.

مـن خـلال طريقـة المربعـات الصـغرى الاعتياديـة، وبجعـل مجمـوع مربـع الانحرافـات $\sum ei^2$ أصغر ما يمكن، نحصل على المعادلتين الآتيين Simultaneous Equations الآتيتين:

$$\sum Yi = n\widehat{B}_0 + \widehat{B}_1 \sum Xi \; \ldots\ldots (1)$$
$$\sum XiYi = \widehat{B}_0 \sum Xi + \widehat{B}_1 \sum X_i^2 \; \ldots\ldots (2)$$

وبحـل هـاتين المعـادلتين انيـاً نحصـل عـلى قـيم $\widehat{B}_0$ و $\widehat{B}_1$ اللتـان تمـثلان مقـدرات المعلمتين الحقيقتين B_o $B_{1,}$.

هناك طرق لتقدير النموذج الخطي البسيط، تعتمد على القيم الأصلية لكل مـن (Y, X) مثل طريقة الحذف والتعويض Substitution Method وأخرى تعتمد على انحرافات مشاهدات هذه المتغيرات عن وسطها الحسابي مثل طريقة الانحرافات Deviation Method.

أدناه توضيح للتقدير وفقاً لهاتين الطريقتين:

1- طريقة الحذف:

تستند هذه الطريقة مباشرة على المعادلتين الآتيتين:

$$\sum Yi = n\widehat{B}_0 + \widehat{B}_1 \sum Xi$$
$$\sum XiYi = \widehat{B}_0 \sum Xi + \widehat{B}_1 \sum X_i^2$$

حسب هذه الطريقة يتم حذف إحدى المعلمتين ولتكن $(\widehat{B}_0)$ عن طريق الطـرح أو الجمع للمعـادلتين وتقـدير قيمـة $(\widehat{B}_1)$ ، ومـن ثـم تعـوض قيمـة$(\widehat{B}_1)$ المقـدرة بإحـدى المعادلتين للحصول على تقدير قيمة $(\widehat{B}_0)$.

2- طريقة الانحرافات:

تقدر قيمة (B_o , B_1) حسب هذه الطريقة باعتماد انحرافات مشـاهدات المتغـيرين في (Y) و (X) عـن وسـطهما الحسـابي $\overline{Y}$ و $\overline{X}$ وبالاسـتناد إلى فكـرة البـواقي، وحسـب الصيغتين الآتيتين:

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum xiyi}{\sum x_i^2}$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_1\bar{X}$$

كما يمكن الحصول على مجاميع الانحرافات أعلاه من مجاميع القيم الأصلية باستخدام المعادلتين أدناه:

$$\sum xiyi = \sum XiYi - n\,\bar{X}\,\bar{Y}$$

$$\sum x_i^2 = \sum X_i^2 - n\,\bar{X}^2$$

مثال1: إذا توفرت لديك البيانات التالية لمتغير مستقل (X) يؤثر على متغير تابع (Y) من خلال (6) مشاهدات كما في الجدول أدناه:

Yi	2	4	5	7	8	10
Xi	1	2	4	6	8	9

المطلوب:

تقدير نموذج الانحدار الخطي البسيط باعتماد:

1- طريقة الحذف والتعويض.

2- طريقة الانحرافات.

الحل:

1- طريقة الحذف والتعويض، نعمل الجدول التالي لتهيئة قيم المجاميع لتعويضها بالمعادلات الآتية:

Yi	**Xi**	**XiYi**	X_i^2
2	1	2	1
4	2	8	4
5	4	20	16
7	6	42	36
8	8	64	64
10	9	90	81
$\sum Y_i = 36$	$\sum Y_i = 30$	$\sum XiYi = 226$	$\sum X_i^2 = 202$

$$\sum Yi = n\hat{B}_0 + \hat{B}_1 \sum Xi$$
$$\underline{\sum XiYi = \hat{B}_0 \sum Xi + \hat{B}_1 \sum X_i^2}$$
$$36 = 6\hat{B}_0 + 30\hat{B}_1 \qquad \times 5$$
$$\underline{226 = 30\hat{B}_0 + 202\hat{B}_1}$$
$$180 = 30\hat{B}_0 + 150\hat{B}_1$$
$$\underline{\mp 226 = \mp 30\hat{B}_0 \mp 202\hat{B}_1 \qquad \text{بالطرح}}$$
$$-46 = -52\hat{B}_1$$
$$\therefore \hat{B}_1 = \frac{-46}{-52} = 0.885$$

بالتعويض في إحدى المعادلتين ولتكن المعادلة الأولى:

$$36 = 6\hat{B}_0 + 30\hat{B}_1$$
$$36 = 6\hat{B}_0 + 30\ (0.885).$$
$$36 = 6\hat{B}_0 + 26.55$$
$$36 - 26.55 = 6\hat{B}_1$$
$$9.45 = 6\hat{B}_1$$
$$\therefore \hat{B}_1 = \frac{9.45}{6} = 1.575$$
$$\therefore \hat{Y}i = 1.575 + 0.885\ Xi.$$

من معطيات النموذج يتبين أنه في حالة زيادة المتغير المستقل (X) بمقدار وحدة واحدة، (مع ثبات المتغيرات الأخرى) فإن هذا يؤدي إلى زيادة في المتغير التابع (Y) بمقدار (0.885).

2- طريقة الانحرافات:

أولاً: عن طريق انحرافات المتغيرات باعتماد الجدول:

Yi	Xi	yi	Xi	xiyi	x_i^2
2	1	-4	-4	16	16
4	2	-2	-3	6	9
5	4	-1	-1	1	1
7	6	1	1	1	1
8	8	2	3	6	9
10	9	4	4	16	16
$\sum$Yi = 36	$\sum$Xi = 30	$\sum$yi = 0	$\sum$xi = 0	$\sum$xi yi = 46	$\sum x_i^2$= 52

$$\hat{y} = \frac{\sum Yi}{n}$$

$$= \frac{36}{6} = 6$$

$$\hat{X} = \frac{\sum Xi}{n}$$

$$= \frac{30}{6} = 5$$

$$\widehat{B}_1 = \frac{\sum xiyi}{\sum x_i^2}$$

$$= \frac{46}{52} = 0.885$$

$$\widehat{B}_0 = \bar{Y} - \widehat{B}_1\bar{X}$$

$$= 6 - (0.885)\ (5).$$

$$= 6 - 4.425 = 1.575.$$

$$\therefore\ \hat{Y}i = 1.575 + 0.885\ Xi$$

ثانياً: عن طريق انحرافات المتغيرات باعتماد معاملات التحويل:

Yi	Xi	XiYi	X_i^2
2	1	2	1
4	2	8	4
5	4	20	16
7	6	42	36
8	8	64	64
10	9	90	81
$\sum Yi = 36$	$\sum Xi = 30$	$\sum Xi\,Yi = 226$	$\sum X_i^2 = 202$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Yi}{n}$$

$$= \frac{36}{6} = 6$$

$$\bar{X} = \frac{30}{6} = 5$$

$$\sum xiyi = \sum XiYi - n\,\bar{X}\,\bar{Y}$$

$$= 226 - (6)\,(5)\,(6)$$

$$= 226 - 180 = 46$$

$$\sum x_i^2 = \sum X_i^2 - n\bar{X}^2$$

$$= 202 - (6)\,(5)^2$$

$$= 202 - (6)\,(25)$$

$$= 202 - 150 = 52$$

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum xiyi}{\sum x_i^2}$$

$$= \frac{46}{52} = 0.885$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_0\bar{X}$$

$$= 6 - (0.885)\,(5)$$

$$= 6 - 4.425 = 1.575.$$

$$\therefore\ \hat{Y}i = 1.575 + 0.885\,Xi$$

1-1-2: الاختبارات الإحصائية للنموذج الخطي البسيط

بعد أن يتم تقدير النموذج أي إيجاد القيم المقدرة لكـل مـن B_0 و B_1، وكـما لاحظنـا في الجزء السابق لابد من معرفة مدى التأثير المعنوي للمتغير المستقل (X) عـلى المتغـير التـابع (Y)، وكذلك معرفة النسبة المئويـة لـذلك التـأثير، كي نـتمكن مـن اتخـاذ القـرار يتعلـق بـاعتماد ذلـك النموذج المقدر في التنبؤ المستقبلي أو التطبيق العملي للحالة المدروسة.

هناك نوعان من الاختبارات هما الاختبـارات الإحصـائية الجزئيـة التـي تخـص المعلـمات المقدرة ($\widehat{B}_0$ و $\widehat{B}_1$) مثل اختبـار T للمعلـمات المقـدرة واختبـار الخطـأ المعيـاري لتقـدير تلـك المعلمات وحدود الثقة لتلك المعلمات بمستوى معنوية معين، أمـا النـوع الثـاني فهـي الاختبـارات الإحصائية الكلية فهي متعلقة بالنموذج المقدر ككل مثـل اختبـار (F) واختبـار معامـل التحديـد (R^2).

قبل التكلم عن تلك الاختبارات لابد من التطرق إلى اختبـار نـوعين مـن الفرضـيات التـي توضح التأثير المعنوي للمتغـير المسـتقل (X) عـلى المتغـير التـابع (Y) مـن خـلال قـيم المعلـمات المقدرة، وكما يأتي:

- فرضية العدم (الفرضية العدمية) Null Hypothesis

$$Ho : \widehat{B}_0 = 0$$
$$\widehat{B}_1 = 0$$

وهذا يعني عدم وجود تأثير معنوي من الناحية الاقتصـادية للمتغـير المسـتقل (X) عـلى المتغـير التابع.

- الفرضية البديلة Alternative Hypothesis

$$Ho : \widehat{B}_0 \neq 0$$
$$\widehat{B}_1 \neq 0$$

يعني ذلك وجود تأثير معنوي إحصائيًا للمتغير المستقل (X) على المتغير التابع (Y).

الاختبارات الجزئية لـ $\hat{B}$

1- اختبار t (T-value test):

يقيس هذا الاختبار معنوية أو عدم معنوية القيم المقدرة للمعلمات ($\hat{B}_1$ و $\hat{B}_0$) على المتغير التابع، حيث يتم مقارنة قيمة (t) المقدرة مع قيمة t الجدولية بمستوى معنوية (0.05) أو (0.01) ودرجات حرية $df = n - k - 1$ عندما n يمثل عدد المشاهدات وk يمثل عدد المتغيرات المستقلة.

إذا كانت قيمة (t) المقدرة أكبر من قيمة (t) الجدولية نقبل الفرضية البديلة ونرفض فرضية العدم، أي أن $(\hat{B})$ معنوية إحصائياً في تأثيرها على المتغير التابع (Y)، أما إذا كانت قيمة (t) المقدرة أصغر من قيمة (t) الجدولية، نقبل بفرضية العدم ونرفض الفرضية البديلة، بمعنى أن $(\hat{B})$ غير معنوية في تأثيرها على المتغير التابع (Y).

إن قيمة (t) المقدرة لـ $(\hat{B}_1)$ المقدرة نحصل عليها كالآتي:

$$\hat{t}\hat{B}_1 = \frac{\hat{B}_1}{S\hat{B}_1}$$

$$S\,\hat{B}_1 = \sqrt{{}^2S\hat{B}_1}$$

$${}^2S\hat{B}_1 = \frac{{}^2Sei}{\sum x_i^2}$$

$${}^2Sei = \frac{\sum ei^2}{n-k-1}$$

$$\sum ei^2 = \sum y_i^2 - \sum \hat{y}_i^2$$

$$\sum \hat{y}_i^2 = \hat{B}_1 \sum xiyi = \hat{B}_1 \sum x_i^2$$

عندما:

$S\hat{B}_1$ يمثل الخطأ المعياري لتقدير $\hat{B}_1$

${}^2S\hat{B}_1$ يمثل تباين $\hat{B}_1$.

^2Sei يمثل تباين المتغير العشوائي.

أما قيمة (t) المقدرة لـ (B_0) المقدرة، فنحصل عليها كالآتي:

$$\hat{t}\hat{B}_0 = \frac{\hat{B}_0}{S\hat{B}_0}$$

$$S\hat{B}_0 = \sqrt{{}^2S\hat{B}_0}$$

$$^2S\hat{B}_0 = {}^2Sei\left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2}{\sum x_i^2}\right]$$

$$^2Sei = \frac{\sum ei^2}{n-k-1}$$

$$\sum ei^2 = \sum yi^2 - \sum \hat{y}i^2$$

2- اختبار الخطأ المعياري للتقدير (SEE):

يعرف اختصاراً بـ (S) وهو يقيس مدى مقبولية القيمة المقدرة للمعلمة، فإذا كان هناك فرق معنوي بين القيمة الحقيقية (B) والقيمة المقدرة $(\hat{B})$، فهذا يعني أن هناك خطأ كبير في عملية التقدير وأن التقدير غير مقبول من الناحية الإحصائية والعكس صحيح، أن الصيغة الإحصائية للخطأ المعياري للتقدير كما ذكرنا سابقًا هو:

$$S\hat{B}_0 = \sqrt{{}^2S\hat{B}}$$

ولغرض معرفة هل أن هذا الخطأ المعياري لتقدير (B) صغير ومقبول إحصائياً أم غير ذلك، نقوم بالاختبار التالي لكل من $(\hat{B}_1)$ و $(\hat{B}_0)$ على السواء.

إذا كان:

$$S\hat{B} \leq \frac{\hat{B}}{2}$$

فهذا يعني أن الخطأ المعياري لتقدير B صغير ومقبول إحصائياً، أما إذا كان:

$$SB > \frac{\hat{B}}{2}$$

فإن هذا يعني أن الخطأ المعياري في تقدير B كبير وغير مقبول إحصائياً.

يجب التنويه هنا، أن هناك توافق بين اختبار (t) واختبار (s)، فإذا تبين من اختبار (t) أن $(\hat{B})$ معنوية إحصائياً، حتماً يكون الخطأ المعياري لتقدير هذه المعلمة صغير ومقبول إحصائياً، أما إذا وضح اختبار (t) أن $(\hat{B})$ غير معنوية إحصائياً، فإن الخطأ المعياري لتقدير هذه المعلمة كبير وغير مقبول من الناحية الإحصائية.

بناءً على ذلك، فإن اختبار (t) قد يعوض عن اختبار الخطأ المعياري للتقدير، كما أن الإشارة السالبة لقيمة المعلمة المقدرة تهمل في اختباري (t) و (s) لكون هذه الإشارة تدل على العلاقة العكسية بين المتغير المستقل والمتغير التابع، وفي حالة أخذ الإشارة السالبة بنظر الاعتبار تكون النتائج دائماً غير معنوية سواء في اختبار (t) أو اختبار (s).

3- اختبار حدود الثقة:

يقصد بحدود الثقة الفترة التي تبقى فيها القيمة الحقيقية لـ B بين الحد الأعلى Upper limit والحد الأدنى Lower limit بمستوى معنوية معين.

تأخذ صيغة هذا الاختبار سواء لـ $(\hat{B}_1)$ أو $(\hat{B}_0)$ الشكل الآتي:

$$B = \hat{B} \mp (t\ table\ \frac{\lambda}{2})\ (S\ \hat{B})$$

إن مجموع مستوى المعنوية ومعامل الثقة (الاحتمالية) = 1، فعندما يكون مستوى المعنوية (5%) مثلًا، فهذا يعني أن معامل الثقة هو (95%)، فإذا وقعت قيمة B الحقيقية بين الحد الأعلى والحد الأجنى فهذا يعني أن هناك معامل ثقة أو احتمالية 95% أن تكون قيمة B المقدرة مساوية أو قريبة جداً من قيمة B الحقيقية.

مثال 2: من بيانات مثال (1) ونتائج تقدير المعلمات:

المطلوب:

1- اختبار المعنوية الإحصائية لقيمتي $(\hat{B}_1$ و $\hat{B}_0)$ باختبار (t) إذا علمت أن قيمة (t) الجدولية بمستوى معنوية (0.05) ودرجات حرية (4) هي (2.13)؟

2- هل أن الخطأ المعياري لتقدير $(\hat{B}_1$ و $\hat{B}_0)$ صغير ومقبول إحصائياً؟

3- حساب حدود الثقة لـ $(\hat{B}_1)$ و $(\hat{B}_0)$ بمعدل ثقة 95% إذا علمت أن قيمة (t) الجدولية بمستوى معنوية (0.025) هي (2.777)؟

الحل:

1- اختبار t

$$\hat{t}\,\hat{B}_1 = \frac{\hat{B}_1}{S\,\hat{B}_1}$$

Yi	Xi	yi	y_i^2
2	1	-4	16
4	2	-2	4
5	4	-1	1
7	6	1	1
8	8	2	4
10	9	4	16
36	30	0	42

$$\sum \hat{y}_i^2 = \hat{B}_1 \sum xiyi$$

$$= 0.885\,(46) = 40.71$$

$$\sum e_i^2 = \sum y_i^2 - \sum \hat{y}_i^2$$

$$= 42 - 40.71 = 1.29$$

$$^2Sei = \frac{\sum e_i^2}{n-k-1}$$

$$= \frac{1.29}{6-1-1} = 0.353$$

$$^{2}S\hat{B}_1 = \frac{^{2}Sei}{\sum x_i^2}$$

$$= \frac{0.353}{52} = 0.0068$$

$$S\hat{B}_1 = \sqrt{^{2}S\hat{B}_1}$$

$$= \sqrt{0.0068} = 0.0825$$

$$\therefore\ \hat{t}\hat{B}_1 = \frac{0.885}{0.0825} = 10.73$$

عند مقارنة قيمة (t) المقدرة لـ $\hat{B}_1$ (10.73) مع قيمة (t) الجدولية (2.13) يتبين أن (t) المقدرة أكبر من (t) الجدولية، وهذا يعني قبولنا بالفرضية البديلة التي تقول أن $(\hat{B}_1)$ معنوية إحصائيًا في تأثيرها على المتغير التابع.

$$\hat{t}\hat{B}_0 = \frac{\hat{B}_0}{S\hat{B}_0}$$

$$^{2}S\hat{B}_0 = {}^{2}Sei \left[\frac{1}{6} + \frac{\bar{X}^2}{\sum x_i^2}\right]$$

$$= 0.353\left[\frac{1}{6} + \frac{(5)^2}{52}\right]$$

$$=0.353\ (0.1667 + 0.4808)$$

$$=0.353\ (0.6475) = 0.2286$$

$$S\hat{B}_0 = \sqrt{^{2}S\hat{B}_0}$$

$$\sqrt{0.2286} = 0.478$$

$$\therefore\ \hat{t}\hat{B}_0 = \frac{1.575}{0.478} = 3.29$$

وعند المقارنة يتبين أيضاً أن قيمة (t) المقدرة لـ $\hat{B}o$ (3.29) هي أكبر من قيمة (t) الجدولية (2.13) مما يعني أن ($\hat{B}o$) معنوية إحصائياً في تأثيرها على Y.

2- اختبار الخطأ المعياري للتقدير

$$S\hat{B}_1 = 0.0825$$
$$\hat{B}_1 = 0.885$$
$$S\,\hat{B}_1 < \frac{\hat{B}_1}{2}$$
$$0.0825 < \frac{0.885}{2}$$

هذا يعني أن الخطأ المعياري لتقدير B_1 صغير ومقبول إحصائياً.

$$S\,\hat{B}_0 = 0.478$$
$$\hat{B}_0 = 1.575$$
$$S\hat{B}_0 < \frac{\hat{B}_0}{2}$$
$$0.478 < \frac{1.575}{2}$$

هذا يعني أن الخطأ المعياري لتقدير B_0 صغير ومقبول إحصائيًا.

3- حدود الثقة بمعامل ثقة 95% لـ$\widehat{B}_1$ عندما (t) الجدولية = (2.777) بمستوى معنوية (0.025).

$$B_1 = \widehat{B}_1 \mp (t\ table\ \tfrac{\lambda}{2})\ (S\widehat{B}_1)$$
$$= 0.885 \mp (2.777)\ (0.0825)$$
$$= 0.885 \mp 0.2291$$
$$0.6559 < B_1 < 1.1141$$

يتبين أن قيمة B_1 الحقيقية التي تقع بين الحد الأعلى (1.1141) والحد الأدنى (0.6559) تساوي أو قريبة جدًا من قيمة ($\widehat{B}_1$) البالغة (0.885) باحتمال أو معامل ثقة 95% في حين هناك احتمال 5% أن تقع خارج هذه الحدود.

حدود الثقة بمعامل ثقة 95% لـ $\widehat{B}_0$ عندما (t) الجدولية = 2.777 بمستوى معنوية (0.025).

$$B_o = \widehat{B}_0 \mp \left(t\ table\ \frac{\lambda}{2}\right)\left(S\widehat{B}_0\right)$$
$$= 1.575 \mp (2.777)\ (0.478)$$
$$= 1.575 \mp 1.3274$$
$$0.2476 < B_o < 2.9024$$

تبين أن قيمة B_o الحقيقية مساوية أو قريبة جداً من قيمة ($\widehat{B}_0$) باحتمالية 95% في حين هناك احتمالية 5% فقط أن تقع قيمة (B_o) خارج الحد الأدنى والحد الأعلى.

الاختبارات الكلية للنموذج المقدر:

1- اختبار F (F-statistics Test):

هو عبارة عن نسبة الانحرافات الموضحة من قبل خط الانحدار المقدر مقسومة على عدد المتغيرات المستقلة (k) إلى الانحرافات غير الموضحة مقسومة على درجات الحرية (n-k-1).

يوضح هذا الاختبار مدى التأثير المعنوي للنموذج المقدر ككل، حيث تعتمد كل من فرضية العدم والفرضية البديلة لاختبار النموذج المقدر.

- فرضية العدم $Ho : B_1 = o$

التي تنص على عدم وجود تأثير معنوي للمتغير المستقل (X) على المتغير التابع (Y) وهذا يعني أن المعنوية الإحصائية الكلية ضعيفة وغير جوهرية.

- الفرضية البديلة $Ho : B_1 \neq o$

التي تنص على وجود تأثير معنوي للمتغير المستقل (X) على المتغير التابع (Y) وبالتالي هناك معنوية إحصائية كلية للنموذج وبناءً على طبيعة المقارنة بين قيمة (f) المقدرة وقيمة (f) الجدولية.

بعد تقدير قيمة (f) بصيغ مختلفة كما سنرى لاحقاً أو عن طريق جدول تحليـل التبـاين ANOVA Table، يتم مقارنة قيمة (f) المقدرة مع قيمة (f) الجدوليـة بمسـتوى معنويـة معـين كأن يكون (0.05) ودرجات حرية (k) للبسط و (n-k-1) للمقام.

فإذا كانت قيمة (f) المقدرة أكبر مـن قيمـة (f) الجدوليـة، نـرفض فرضـية العـدم ونقبـل بالفرضية البديلة، ونقول أن النموذج المقدر معنوي إحصائياً ككل، أما إذا كانت قيمة (f) المقدرة أصغر من قيمة (f) الجدولية، فإننا نقبل بفرضية العدم التي تقول أن النموذج المقدر غير معنوي إحصائياً ككل.

يمكن احتساب قيمة (f) المقدرة وفقاً لصيغ مختلفة تعطي نفس التقدير منها:

$$\hat{F} = \frac{SS_R/K}{SS_E/n-k-1}$$

$$\hat{F} = \frac{\sum {}^2\hat{y}i/K}{\sum ei^2/n-k-1}$$

$$\hat{F} = \frac{\hat{B}_1 \sum xiyi/K}{\sum ei^2/n-k-1}$$

$$\hat{F} = \frac{{}^2\hat{B}_1 \sum xi^2/K}{\sum ei^2/n-k-1}$$

$$\hat{F} = \frac{R^2/K}{(1-R^2)/n-k-1}$$

$$\hat{F} = (\hat{t}\hat{B}_1)^2$$

عندما:

SS_R: يمثل الانحرافات الموضحة من قبل خط الانحدار.

SS_E: يمثل الانحرافات غير الموضحة (مجموع مربعات الخطأ).

K: يمثل عدد المتغيرات المستقلة.

n: يمثل عدد المشاهدات.

n-k-1 يمثل درجات الحرية (d.f).

R^2: يمثل معامل التحديد.

$\hat{t}\ (\hat{B}_1)$: يمثل t المقدرة B_1 المقدرة.

كما يمكن استخدام جدول تحليل التباين لتقدير قيمة (f) المقـدرة وكـذلك تقـدير تبـاين المتغير العشوائي، وأن القيمة المقدرة حسب هذا الجدول هي نفسها التي تعطيها الصيغ السابقة، ويأخذ جدول تحليل التباين الشكل الآتي:

جدول تحليل التباين

مصدر التباين Source of variance (S.V)	مجموع المربعات Sum of squares S.S	درجات الحرية Degrees of freedom (d.f)	متوسط مجموع المربعات Mean squares MSS	المقدرة F Estimated
الانحرافات الموضحة (X) Regression	$SS_R = \sum \hat{y}i^2$	K	$\frac{\sum \hat{y}i^2}{K}$	
الانحرافات غير الموضحة (e) Error	$SS_E = \sum ei^2$	n-k-1	$\frac{\sum ei^2}{n-K-1}$	$\hat{F} = \frac{\sum \hat{y}i^2/k}{\sum e_i^2/n-K-}$
الانحرافات الكلية Total	$SS_T = \sum yi^2$	n-1		

2- اختبار معامل التحديد $(R)^2$

يظهر معامل التحديد نسبة التغير التي تحدث في المتغير التابع (Y) نتيجة للتغير الحاصل في المتغير المستقل (X)، بمعنى آخر أنه اختبار يحدد نسبة الانحرافـات الموضحة مـن قبـل خـط الانحدار إلى الانحرافات الكلية، أن قيمة معامل التحديد تتراوح بين الصـفر والواحـد الصـحيح أي أن:

$$0 \leq R^2 \leq 1$$

فعندما $R^2 = 1$ فـإن هـذا يعنـي أن جميـع نقـاط الانتشـار (X) و (Y) تقـع علـى خـط الانحدار المقدر، أي ان $Yi = \hat{Y}i$ وهذا يعني أن العلاقة تامة بين (X) و (Y).

وعندما $R^2 = 0$ فهذا يعني لا توجد علاقة بين (X) و (Y) مما يجعل خط الانحدار المقدر يكون خطاً موازياً للمحور الأفقي أي:

$$\bar{Y} = \hat{Y}i$$

لكن في الواقع العملي نادراً ما تحدث الحالتين أعلاه، وأن قيمة معامل التحديد غالباً تقع بين الصفر والواحد الصحيح، أن معامل التحديد يتم تقديره من خلال الصيغ التالية، والتي تعطي نفس النتيجة.

$$R^2 = \frac{SS_R}{SS_T}$$

$$R^2 = \frac{\sum(\hat{Y}i-\bar{Y})^2}{\sum(Yi-\bar{Y})^2}$$

$$R^2 = \frac{\sum \hat{y}i^2}{\sum y_i^2}$$

$$R^2 = \frac{\hat{B}_1 \sum xiyi}{\sum y_i^2}$$

$$R^2 = \frac{{}^2\hat{B}_1 \sum xi^2}{\sum y_i^2}$$

$$R^2 = r^2$$

عندما r^2 يمثل مربع معامل ارتباط بيرسون حيث أن:

$$r = \frac{\sum xiyi}{\sqrt{(\sum xi^2)(\sum yi^2)}}$$

مثال3: الجدول أدناه يمثل بيانات لمتغير مستقل (x) يؤثر على متغير تابع (y) من خلال (7) مشاهدات:

Yi	2	4	5	7	7	8	9
Xi	1	2	3	5	5	6	6

المطلوب:

1- تقدير نموذج الانحدار الخطي البسيط.

2- اختبـار المعنويـة الإحصـائية الكليـة للنمـوذج باختبـار (f) إذا علمـت أن قيمـة (f) الجدوليـة بمستوى معنوية (0.05) ودرجات حرية (1، 5) هي (6.61).

3- تقدير قيمة (f) باعتماد جدول تحليل التباين؟

4- تقدير معامل التحديد (R^2)؟

الحل:

1- تقدير النموذج

نعمل الجدول الآتي:

Yi	Xi	yi	Xi	xiyi	xi^2	yi^2
2	1	-4	-3	12	9	16
4	2	-2	-2	4	4	4
5	3	-1	-1	1	1	1
7	5	1	1	1	1	1
7	5	1	1	1	1	1
8	6	2	2	4	4	4
9	6	3	2	6	4	9
42	28	0	0	29	24	36

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum xiyi}{\sum xi^2}$$

$$= \frac{29}{24} = 1.208$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Yi}{n}$$

$$= \frac{42}{7} = 6$$

$$\bar{X} = \frac{\sum Xi}{n}$$

$$= \frac{28}{7} = 4$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_1\bar{X}$$
$$= 6 - (1.208)(4)$$
$$= 6 - 4.832 = 1.168$$
$$\therefore \hat{Y}_i = 1.168 + 1.208\, Xi$$

يوضح النموذج المقدر أنه في حالة زيادة المتغير المستقل (X) بمقدار وحدة واحدة، فإن هذا سيؤدي إلى زيادة في المتغير التابع (Y) بمقدار (1.208) وحدة.

2- اختبار F

$$\hat{F} = \frac{{}^2\hat{B}_1 \sum xi^2/K}{\sum ei^2/n-k-1}$$
$$\sum ei^2 = \sum yi^2 - \sum \hat{y}i^2$$
$$= \sum yi^2 - \hat{B}_1 \sum xiyi$$
$$= 36 - (1.208)\ (29)$$
$$= 36 - 35.032 = 0.968$$
$$\hat{F} = \frac{(1.208)^2(24)/1}{0.968/7-1-1}$$
$$= \frac{35.022}{0.1936} = 180.9$$

يتبين أن (F) المقدرة (180.9) أكبر من (F) الجدولية البالغة (6.61) وهذا يعني أن النموذج المقدر معنوي إحصائياً ككل.

3- تقدير قيمة (F) باعتماد جدول تحليل التباين:

S.V	S.S	d.F	MSS	$\hat{F}$
Xi	35.032	1	35.032/1 =35.032	$\hat{F} = \frac{35.032}{0.1986} =$ 180.9
ei	0.968	5	0.968/5 = 0.1986	
Total	36	6		

4- تقدير معامل التحديد (R^2):

$$R^2 = \frac{\hat{B}_1 \sum xiyi}{\sum yi^2}$$
$$= \frac{(1.208)(29)}{36}$$
$$= \frac{35.032}{36} = 0.97$$

Or:

$$R^2 = 1 - \frac{\sum ei^2}{\sum yi^2}$$
$$= 1 - \frac{0.968}{36}$$
$$= 1 - 0.03 = 0.97$$

1-2: تقدير واختبار النموذج الخطي المتعدد:

يقصد بالنموذج الخطي المتعدد، انحدار المتغير التابع (Y) على العديد من المتغيرات المستقلة X_1 و X_2 .... X_k؛ حيث يفترض وجود علاقة خطية بين المتغير التابع من جهة والمتغيرات المستقلة والمتغير العشوائي (ui) من جهة أخرى، فمن خلال دراستنا للنظرية الاقتصادية، يتبين أن أية ظاهرة مدروسة لا تتأثر بمتغير مستقل واحد، كما لاحظنا ذلك في النموذج البسيط، بل إن تلك الظاهرة تتأثر بأكثر من متغير مستقل في وقت واحد، وكل من هذه المتغيرات يؤثر على المتغير التابع بقوة معينة واتجاه معين.

إذا بدأنا بدالة الطلب مثلاً، والتي تقول أن الكمية المطلوبة من سلعة ما كمتغير تابع (Y) تتأثر بدخل المستهلك كمتغير مستقل (X_1) وسعر تلك السلعة كمتغير مستقل ثان (X_2) يمكن كتابة هذه الدالة كالآتي:

$$Yi = F(X_1, X_2)$$

مع علمنا المسبق أن هناك متغيرات أخرى تؤثر على المتغير التابع، ولكون النظرية الاقتصادية لا توضح لنا شكل صيغة هذه الدالة، نفترض أنها

دالة خطية، وبذلك فإنها تأخذ الصيغة التالية والتي تمثل نموذج انحدار خطي متعدد حقيقي.

$Yi - B_o + B_1 X_1 + B_2 X_2 + U_i$

وبأخذ جميع الفروض الخاصة بالمتغير العشوائي (U_i) حول قيمته وتباينه وتوزيعه وغيرها، إضافة إلى فرض آخر، يتعلق بعدم وجود علاقة خطية تامة بين المتغيرات المستقلة لضمان وجود قيمة غير صفرية لمحدد المصفوفة $(\acute{X}X)$ من أجل تقدير النموذج، بعد ذلك يمكننا من تقدير معلمات النموذج الحقيقية (B_2, B_1, B_0) بالمقدرات $(\widehat{B}_2, \widehat{B}_1, \widehat{B}_0)$ كما في النموذج الخطي المتعدد التقديري الآتي:

$$\hat{y}_i = \widehat{B}_0 + \widehat{B}_1 X_1 + \widehat{B}_2 X_2$$

يلاحظ أن تأثير المتغير العشوائي يكون أقل في النموذج المتعدد قياساً بالنموذج البسيط، لكون هناك متغيرات مستقلة أكثر في النموذج المتعدد، وأن المتغير العشوائي تم حذفه في النموذج أعلاه المقدر رمزياً وذلك لكون متوسط هذا المتغير = صفر.

1-2-1: تقدير النموذج الخطي المتعدد:

إن طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية، وكما لاحظنا سابقاً تجعل مجموع مربع انحرافات القيم الحقيقية (Yi) عن القيم التقديرية $(\widehat{Yi})$ أقل ما يمكن بمعنى أن:

$$min \rightarrow \sum ei^2$$
$$\because ei = (Y_i - \hat{Y}_i)$$
$$\sum ei^2 = \sum (Yi - \hat{Y}i)^2$$

بتعويض الطرف الأيمن لنموذج الانحدار الخطي التقديري السابق $(\widehat{Yi})$ نحصل على:

$$\sum ei^2 = \sum (Yi - \hat{B}_0 - \hat{B}_1 X_{i1} - \hat{B}_2 X_{i2})^2$$

بأخذ المشتقة الجزئية الأولى لـ $\sum ei^2$ بالنسبة إلى $(\hat{B}_2, \hat{B}_1, \hat{B}_0)$ ومساواتها بالصفر، نحصل على ثلاث معادلات آنية تأخذ الشكل الآتي:

$$\sum Yi = n\hat{B}_0 + \hat{B}_1 \sum X_1 + \hat{B}_2 \sum X_2 \quad \ldots\ldots (1)$$
$$\sum X_1 Y_i = \hat{B}_0 \sum X_1 + \hat{B}_1 \sum X_1^2 + \hat{B}_2 \sum X_1 X_2 \quad \ldots\ldots (2)$$
$$\sum X_2 Y_i = \hat{B}_0 \sum X_1 + \hat{B}_1 \sum X_1 X_2 + \hat{B}_2 \sum X_2^2 \quad \ldots\ldots (3)$$

المعادلات الآتية (الطبيعية) أعلاه تستخدم في تقدير النموذج المتعدد والحصول على قيم رقمية للمعلمات $\hat{B}_0$ و $\hat{B}_1$ و $\hat{B}_2$.

إن كل من طريقتي الحذف والتعويض والانحرافات التي استخدمت في تقدير نموذج الانحدار الخطي البسيط، سيتم اعتمادها في تقدير معلمات نموذج الانحدار الخطي المتعدد وكما يأتي.

1- طريقة الحذف والتعويض:

تعتمد هذه الطريقة مباشرة على المعادلات الآنية الثلاث التي تم اشتقاقها بناءً على مبدأ الفرق بين القيمة الحقيقية والقيمة المقدرة للمتغير التابع، وذلك عن طريق حذف إحدى المعلمات من المعادلتين الأولى والثانية، وكذلك من الثانية والثالثة فنحصل على معادلتين فيهما معلمتين مجهولتين فقط، نقوم بحذف إحداها فنحصل على قيمة المعلمة الأولى، نعوض بإحدى المعادلتين نحصل على قيمة المعلمة الثانية، وأخيراً نعوض بإحدى المعادلات الآنية الأصلية الثلاثة للحصول على قيمة المعلمة الثالثة.

2- طريقة الانحرافات:

تقوم هذه الطريقة أساساً على انحرافات القيم الأصلية لمتغيرات النموذج عن أوساطها الحسابية، ومن ثم تطبيق الصيغ التالية للحصول على القيم المقدرة للمعلمات المجهولة.

$$\hat{B}_1 = \frac{(\sum yix_1)(\sum x_2^2) - (\sum yix_2)(\sum x_1x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2}$$

$$\hat{B}_2 = \frac{(\sum yix_2)(\sum x_1^2) - (\sum yix_1)(\sum x_1x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2}$$

$$\hat{B}_2 = \bar{Y} - (\hat{B}_1\bar{X}_1 + \hat{B}_2\bar{X}_2)$$

في حالة عدم وجود قيم لمشاهدات المتغير التابع والمتغيرات المستقلة، ويوجد فقط مجاميع للقيم الأصلية، يمكن تحويل المجاميع للقيم الأصلية إلى مجاميع قيم انجرافات باستخدام معادلات التحويل كما في الصيغ الآتية:

$$\sum x_1^2 = \sum X_1^2 - n\bar{X}_1^2$$

$$\sum x_2^2 = \sum X_2^2 - n\bar{X}_2^2$$

$$\sum y_i^2 = \sum Y_i^2 - n\bar{Y}^2$$

$$\sum x_1 y_i = \sum X_1 Y_i - n\bar{X}_1\bar{Y}_i$$

$$\sum x_2\, y_i = \sum X_2 Y_i - n\bar{X}_2\, \bar{Y}_i$$

$$\sum x_1 x_2 = \sum X_1 X_2 - n\bar{X}_1\bar{X}_2$$

مثال4: إذا توفرت لديك بيانات من خلال (6) مشاهدات لمتغيرين مستقلين الأول (X_1) يمثل سعر سلعة معينة والثاني (X_2) يمثل سعر سلعة بديلة وهما يؤثران على متغير تابع (Y) يمثل الكمية المطلوبة من هذه السلعة كما في الجدول الآتي:

Yi	3	5	8	9	14	15
X1	8	7	5	4	4	2
X2	1	1	2	3	4	7

المطلوب:

تقدير النموذج الخطي المتعدد باعتماد:

1- طريقة الحذف والتعويض.

2- طريقة الانحرافات.

الحل:

1- طريقة الحذف والتعويض:

$$\sum Y_i = n\hat{B}_0 + \hat{B}_1 \sum X_1 + \hat{B}_2 \sum X_2 \quad \dots\dots (1)$$
$$\sum X_1 Y_i = \hat{B}_0 \sum X_1 + \hat{B}_1 \sum X_1^2 + \hat{B}_2 \sum X_1 X_2 \dots\dots (2)$$
$$\sum X_2 Y_i = \hat{B}_0 \sum X_2 + \hat{B}_1 \sum X_1 X_2 + \hat{B}_2 \sum X_2^2 \dots\dots (3)$$

Y_i	X_1	X_2	X_1Y_i	X_2Y_i	X_1X_2	X_1^2	X_2^2
3	8	1	24	3	8	64	1
5	7	1	35	5	7	49	1
8	5	2	40	16	10	25	4
9	4	3	36	27	12	16	9
14	4	4	56	56	16	16	16
15	2	7	30	105	14	4	49
54	30	18	221	212	67	174	80

$$54 = 6\,\hat{B}_0 + 30\hat{B}_1 + 18\hat{B}_2 \quad \dots\dots\dots\dots\dots (1)$$
$$221 = 30\,\hat{B}_0 + 174\,\hat{B}_1 + 67\hat{B}_2 \quad \dots\dots\dots (2)$$
$$\underline{212 = 18\hat{B}_1 + 67\hat{B}_1 + 80\hat{B}_2 \quad \dots\dots\dots (3)}$$

أخذ المعادلتين (1) و (2)

$$54 = 6\hat{B}_0 + 30\hat{B}_1 + 18\hat{B}_2 \dots\dots\dots\dots (1) \times (5)$$
$$\underline{221 = 30\hat{B}_0 + 174\hat{B}_1 + 67\hat{B}_2 \quad \dots\dots (2)}$$
$$270 = 30\hat{B}_0 + 150\,\hat{B}_1 + 90\hat{B}_2$$
$$\underline{\mp 221 = \mp 30\,\hat{B}_0 \mp 174\,\hat{B}_1 \mp 67\,\hat{B}_2} \text{ بالطرح}$$
$$49 = -24\,\hat{B}_1 + 23\,\hat{B}_2 \quad \dots\dots\dots (4)$$

أخذ المعادلتين (2) و (3)

$$221 = 30\,\hat{B}_0 + 174\,\hat{B}_1 + 67\hat{B}_2 \quad \dots\dots\dots (2) \quad \times (18)$$
$$\underline{212 = 18\,\hat{B}_0 + 67\,\hat{B}_1 + 80\,\hat{B}_2 \quad \dots\dots\dots (3) \quad \times (30)}$$
$$3978 = 540\,\hat{B}_0 + 3132\hat{B}_1 + 1206\,\hat{B}_2$$
$$\underline{\mp 6360 = \mp 540\,\hat{B}_0 \mp 2010\hat{B}_1 \mp 2400\,\hat{B}_2} \text{ بالطرح}$$
$$-2382 = 1122\,\hat{B}_1 - 1194\,\hat{B}_2 \quad \dots\dots\dots (5)$$

أخذ المعادلتين (4) و (5)

$$49 = -24\,\hat{B}_1 + 23\,\hat{B}_2 \qquad \times\ (1122)$$
$$\underline{-2382 = 1122\,\hat{B}_1 - 1194\,\hat{B}_2 \qquad \times\ (24)}$$
$$54378 = -26928\,\hat{B}_1 + 25806\,\hat{B}_2$$
$$\underline{-57168 = +\,2692\,\hat{B}_1 - 28656\,\hat{B}_2}$$ بالجمع
$$-2190 = -\,2850\,\hat{B}_2$$
$$\hat{B}_2 = \frac{-\,2190}{-\,2850} = 0.768$$

بالتعويض في المعادلة (*4*) نحصل على:

$$49 = -\,24\,\hat{B}_1 + 23\,(0.768)$$
$$49 = -\,24\,\hat{B}_1 + 17.664$$
$$49 - 17.664 = -\,24\hat{B}_1$$
$$\therefore\ \hat{B}_1 = \frac{31.336}{-24} = -1.305$$

بالتعويض في المعادلة (1)

$$54 = 6\,\hat{B}_0 + 30(-1.305) + 18(0.768)$$
$$54 = 6\,\hat{B}_0 - 39.15 + 13.824$$
$$54 = 6\,\hat{B}_0 - 25.326$$
$$79.326 = 6\,\hat{B}_0$$
$$\therefore\ \hat{B}_0 = \frac{79.326}{6} = 13.221$$

∴ النموذج المقدر هو:

$$\hat{Y}i = 13.221 - 1.305\,X_1 + 0.768\,X_2$$

2- طريقة الانحرافات

Yi	X_1	X_2	yi	x_1	X_2	y_ix_1	y_ix_2	x_1x_2	x_1^2	x_2^2	y_i^2
3	8	1	-6	3	-2	-18	12	-6	9	4	36
5	7	1	-4	2	-2	-8	8	-4	4	4	16
8	5	2	-1	0	-1	0	1	0	0	1	1

9	4	3	0	-1	0	0	0	0	1	0	0
14	4	4	5	-1	1	-5	5	-1	1	1	25
15	2	7	6	-3	4	-18	24	-12	9	16	36
54	30	18	0	0	0	-49	50	-23	24	26	114

$$\bar{Y}_i = \frac{\sum Yi}{n}$$

$$= \frac{54}{6} = 9$$

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum X_1}{n}$$

$$= \frac{30}{6} = 5$$

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum X_2}{n}$$

$$= \frac{18}{6} = 3$$

$$\hat{B}_1 = \frac{(\sum y_i x_1)(\sum x_2^2) - (\sum y_i x_2)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$= \frac{(-49)(26) - (50)(-23)}{(24)(26) - (-23)^2}$$

$$= \frac{-1274 + 1150}{624 - 529}$$

$$= \frac{-124}{95} = -1.305$$

$$\hat{B}_2 = \frac{(\sum y_i x_2)(\sum x_1^2) - (\sum y_i x_1)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$= \frac{(50)(24) - (-49)(-23)}{(24)(26) - (-23)^2}$$

$$= \frac{1200 - 1127}{624 - 529}$$

$$= \frac{73}{95} = 0.768$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - (\hat{B}_1\bar{X}_1 + \hat{B}_2\bar{X}_2)$$
$$= 9 - [(-1.305)(5) + (0.798)(3)]$$
$$= 9 - (-6.525 + 2.304)$$
$$= 9 - (-4.221)$$
$$= 9 + 4.221 = 13.221$$
$$\therefore \hat{Y}_i = 13.221 - 1.305\, X_1 + 0.768\, X_2$$

مثال5: إذا كان لديك المعطيات التالية لمجاميع القيم الأصلية لمتغيرين مستقلين (X_1) و (X_2) يؤثران على متغير تابع (Y) من خلال (10) مشاهدات:

$\bar{Y} = 8$	$\sum X_1 = 50$	$\sum X_1^2 = 310$	$\sum Y_i X_1 = 422$
$\bar{X}_1 = 5$	$\sum X_2 = 40$	$\sum X_2^2 = 210$	$\sum Y_i X_2 = 346$
$\bar{X}_2 = 4$	$\sum Y_i = 80$	$\sum Y_i^2 = 104$	$\sum X_1 X_2 = 220$

المطلوب:

تقدير نموذج الانحدار الخطي المتعدد بطريقة الانحرافات؟

$$\bar{Y}_i = \frac{\sum y_i}{n}$$
$$= \frac{80}{10} = 8$$
$$\bar{X}_1 = \frac{\sum X_1}{n}$$
$$= \frac{50}{10} = 5$$
$$\bar{X}_2 = \frac{\sum X_2}{n}$$
$$= \frac{40}{10} = 4$$
$$\sum x_1^2 = \sum X_1^2 - n\bar{X}_1^2$$
$$= 310 - (10)(5)^2$$
$$= 310 - 250 = 60$$

$$\sum x_2^2 = \sum X_2^2 - n\bar{X}_2^2$$
$$= 210 - (10)(4)^2$$
$$= 210 - 160 = 50$$

$$\sum y_i\, x_1 = \sum Y_i\, X_1 - n\bar{Y}\bar{X}_1$$
$$= 422 - (10)\,(8)\,(5)$$
$$= 422 - 400 = 22$$

$$\sum y_i\, x_2 = \sum Y_i\, X_2 - n\bar{Y}\bar{X}_2$$
$$= 346 - (10)(8)(4)$$
$$= 346 - 320 = 26$$

$$\sum x_1\, x_2 = \sum X_1\, X_2 - n\bar{X}_1\bar{X}_2$$
$$= 220 - (10)(5)(4)$$
$$220 - 200 = 20$$

$$\hat{B}_1 = \frac{(\sum y_i x_1)(\sum x_2^2) - (\sum y_i x_2)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$
$$= \frac{(22)(50) - (26)(20)}{(60)(50) - (20)^2}$$
$$= \frac{1100 - 520}{3000 - 400}$$
$$= \frac{580}{2600} = 0.223$$

$$\hat{B}_2 = \frac{(\sum y_i x_2)(\sum x_1^2) - (\sum y_i x_1)(\sum x_1 x_2)}{(\sum x_1^2)\,(\sum x_2^2) - (\sum x_1\, x_2)^2}$$
$$= \frac{(26)(60) - (22)(20)}{(60)(50) - (20)^2}$$
$$= \frac{1560 - 440}{3000 - 400}$$
$$= \frac{1120}{2600} = 0.431$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - (\hat{B}_1\bar{X}_1 + \hat{B}_2\bar{X}_2)$$
$$= 8 - [(0.223)(5) + (0.431)(4)]$$

$$= 8- (1.115 + 1.742)$$
$$= 8- 2.839 = 5.161$$
$$\therefore \ \hat{Y}_i = 5.161 + 0.223\, X_1 + 0.431\, X_2$$

1-2-2: الاختبارات الإحصائية للنموذج الخطي المتعدد

تستخدم الاختبارات الإحصائية للوقوف على المعنوية الإحصائية للمعلمات المقدرة مثل اختبار (t)، أو لمعرفة النسبة التفسيرية التي تحددها المتغيرات المستقلة في التغير الحاصل بالمتغير التابع، مثل اختبار (R^2) وكذلك لمعرفة المعنوية الإحصائية الكلية للنموذج من خلال اختبار (F).

1- اختبار t (T-value test)

يستخدم اختبار (t) لتقييم معنوية تأثير المتغيرات المستقلة X_1 $X_{2,}$.... X_k كل على حدا في المتغير التابع وتعتمد في ذلك على نوعين من الفرضيات:

- **فرضية العدم:**

$$Ho: B_1 = B_2 = \ldots\ldots\ B_k = 0$$

أي أن المعلمات المقدرة غير معنوية إحصائياً وبالتالي فإن المتغيرات المستقلة لا تؤثر بشكل جوهري على المتغير التابع.

- **الفرضية البديلة:**

$$H_1: B_1 \neq B_2 \neq \ldots\ldots\ldots \neq B_k \neq 0$$

التي تعني أن المعلمات المقدرة معنوية إحصائياً، كون المتغيرات المستقلة تؤثر بشكل جوهري على المتغير التابع.

إن قيمة (t) المقدرة لكل معلمة مقدرة تقارن مع قيمة (t) الجدولية بمستوى معنوية قد تكون 5% أو 1% وهكذا وبدرجات حرية (n-k-1).

فإذا كانت قيمة (t) المقدرة أكبر من قيمة (t) الجدولية تقبـل الفرضـية البديلـة ونـرفض فرضية العدم، أي أن (B) المقدرة معنويـة إحصـائياً وبالتـالي فـإن متغـير هـذه المعلمـة ذو تـأثير جوهري على المتغير التابع والعكس صحيح.

لذلك يفترض إجراء تقديرات لقيمة (t) لكل معلمة في النموذج وكالآتي:

$$\hat{t}\hat{B}_1 = \frac{\hat{B}_1}{S\hat{B}_1}$$

$$S\hat{B}_1 = \sqrt{{}^2S\,\hat{B}_1}$$

$${}^2S\,\hat{B}_1 = {}^2Sei\,\frac{\sum x_2^2}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1\,x_2)^2}$$

$${}^2Sei = \frac{\sum ei^2}{n-k-1}$$

$$\sum ei^2 = \sum yi^2 - (\;\hat{B}_1 \sum yix_1 + \;\hat{B}_2 \sum yix_2$$

$$\hat{t}\,\hat{B}_2 = \frac{\hat{B}_2}{S\,\hat{B}_2}$$

$$S\,\hat{B}_2 = \sqrt{{}^2S\,\hat{B}_2}$$

$${}^2S\,\hat{B}_2 = {}^2Sei\,\frac{\sum x_i^2}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1\,x_2)^2}$$

$$\hat{t}\hat{B}_0 = \frac{\hat{B}_0}{S\hat{B}_0}$$

$$S\hat{B}_0 = \sqrt{{}^2S\,\hat{B}_2}$$

$${}^2S\hat{B}_0 = {}^2Sei\left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2{}_1 \sum x_2^2 + \bar{X}^2{}_2 \sum x_1^2 - 2\bar{X}_1\bar{X}_2 \sum x_1x_2}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2}\right]$$

2- اختبار معامل التحديد المتعدد (R^2) ومعامل التحديد المصحح $(\bar{R}^2)$

يوضح معامل التحديد المتعدد (R^2) نسبة مساهمة المتغيرات المستقلة الداخلة في النموذج المقدر في تفسير أو تحديد التغيرات الحاصلة في المتغير التابع، ويأخذ هذا المعامل صيغ كثيرة من بينهما:

$$R^2 = \frac{\hat{B}_1 \sum y_i x_1 + \hat{B}_2 \sum y_i x_2}{\sum y_i^2}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2}$$

عندما تكون عدد المشاهدات أقل من (30) مشاهدة، يفضل استخدام معامل التحديد المعدل أو المصحح $(\bar{R}^2)$ بدلاً من معامل التحديد المتعدد (R^2) وذلك لتلافي النقص الحاصل في درجات الحرية نتيجة لإضافة متغيرات مستقلة جديدة، فعندما يزداد عدد المتغيرات المستقلة، فإن هذا يؤدي إلى ارتفاع في قيمة البسط في (R^2) وانخفاض في درجات الحرية بالمقام وبالتالي حدوث زيادة في تقدير قيمة معامل التحديد المتعدد.

إن صيغة معامل التحديد المعدل تأخذ الشكل الآتي:

$$\bar{R}^2 = 1 - [(1 - R^2)\frac{n-1}{n-k-1}]$$

3- اختبار F (F-statistics test)

يستهدف هذا الاختبار معرفة مدى معنوية العلاقة بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع، أي معرفة معنوية النموذج ككل، ويقوم أيضاً على فرضية العدم، والفرضية البديلة والمقارنة بين قيمة (F) المقدرة وقيمة (F) الجدولية بمستوى معنوية معين مثل (5%) ودرجات حرية (K) للبسط و(n-k-1) للمقام.

يأخذا هذا الاختبار صيغ عدة منها:

$$\hat{F} = \frac{\hat{B}_1 \sum x_1 y_i + \hat{B}_2 \sum x_2 y_{i/k}}{\sum e_i^2 / \ n-K-1}$$

$$\hat{F} = \frac{R^2/K}{(1-R^2)/\ n-K-1}$$

مثال6: باعتماد بيانات الجدول في المثال (4) ونتائج التقديرات:

المطلوب:

1- اختبار معرفة المعلمات المقدرة $(\hat{B}_0, \hat{B}_2, \hat{B}_1)$ باختبار (t) عندما (t) الجدولية = 2.354 بمستوى معنوية (0.05) ودرجات حرية (3).

2- تقدير معامل التحديد المعدل (R^2).

3- تقدير معامل التحديد المعدل (R^{-2}).

4- اختبار المعنوية الإحصائية الكلية للنموذج المقدر باختبار (F) إذا علمت أن قيمة (F) الجدولية بمستوى معنوية (0.05) هي (9.55).

الحل:

1-اختبار معنوية المعلمات المقدرة

$$\hat{t}\hat{B}_1 = \frac{\hat{B}_1}{s\hat{B}_1}$$

$$\sum e_i^2 = \sum y_i^2 - (\hat{B}_1 \sum x_1 y_i + \hat{B}_2 \sum x_2 y_i)$$

$$= 114 - [(-1.305)(-49) + (0.768)(50)]$$

$$= 114 - (63.945 + 38.4)$$

$$= 114 - 102.345 = 11.655$$

$$^2Se_i^2 = \frac{\sum e_i^2}{n-k-1}$$

$$= \frac{11.655}{6-2-1} = 3.885$$

$$^2S\hat{B}_1 = {}^2Sei \frac{\sum x_2^2}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$

$$= 3.885 \frac{26}{(24)(26) - (-23)^2}$$

$$= 3.885 \frac{26}{95}$$

$$=3.885\ (0.274)= 1.064$$

$$S\hat{B}_1 = \sqrt{{}^2S\hat{B}_1}$$
$$= \sqrt{1.064} = 1.032$$
$$\therefore\ \hat{t}\hat{B}_1 = \frac{1.305}{1.032} = 1.26$$

يلاحظ أن قيمة (t) المقدرة (1.26) أصغر من قيمة (t) الجدولية (2.354) وهذا يعني أننا نقبل فرضية العدم، مما يدل على عدم معنوية $(\hat{B}_1)$ في تأثيرها على المتغير التابع (Y).

$$\hat{t}\hat{B}_2 = \frac{\hat{B}_2}{S\hat{B}_2}$$
$${}^2S\hat{B}_2 = {}^2Sei \frac{\sum x_1^2}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}$$
$$= 3.885 \frac{24}{95}$$
$$= 3.885\ (0.253) = 0.983$$
$$S\hat{B}_2 = \sqrt{{}^2S\hat{B}_2}$$
$$= \sqrt{0.983} = 0.991$$
$$\hat{t}\hat{B}_2 = \frac{0.768}{0.991} = 0.775$$

يتضح أيضاً أن قيمة (t) المقدرة (0.775) أصغر من قيمة (t) الجدولية (2.354) مما يدل على عدم معنوية $(\hat{B}_2)$ في تأثيرها على المتغير التابع (y).

$$\hat{t}\hat{B}_0 = \frac{\hat{B}_0}{S\hat{B}_0}$$
$${}^2S\hat{B}_0 = {}^2Sei \left[\frac{1}{n} + \frac{\bar{X}^2{}_1 \sum x_2^2 + \bar{X}^2{}_2 \sum x_1^2 - 2\bar{X}_1\bar{X}_2 \sum X_1X_2}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1 x_2)^2}\right]$$
$$= 3.885 \left[\frac{1}{6} + \frac{(5)^2(26)+(3)^2(24)-2(5)(3)(-23)}{(24)(26)-(-23)^2}\right]$$

$$= 3.885 \left[\frac{1}{6} + \frac{(650) + (216) - (690)}{95}\right]$$

$$= 3.885\ (0.16667 + 16.379)$$

$$= 3.885\ (16.546) = 64.28$$

$$S\hat{B}_0 = \sqrt{{}^2S\hat{B}_0}$$

$$= \sqrt{64.28} = 8.017$$

$$\therefore\ \hat{t}\hat{B}_0 = \frac{13.221}{8.017} = 1.65$$

∵ قيمة $\hat{t}$ هي (1.65) أصغر من قيمة (t) الجدولية (2.354) هذا يعني أن $\hat{B}_0$ غير معنوية إحصائياً في تأثيرها على المتغير التابع (Y).

2- تقدير معامل التحديد (R^2).

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2}$$

$$= 1 - \frac{11.655}{114}$$

$$= 1 - 0.10 = 0.90$$

هذا يعني أن المتغيرات المستقلة تحدد تغيرات في المتغير التابع بنسبة (90%).

لقد أظهرت قيم (t) المقدرة لمعلمات النموذج أن هذه المعلمات غير معنوية، ولكن مع هذا كان معامل التحديد المتعدد عال، وفي هذه الحالة يكون الحكم هو (R^2)، أي أننا نعتبر معامل التحديد هو المعيار الرئيسي، ونهمل معنوية المعلمات المقدرة خصوصاً إذا كان الهدف من النموذج المقدر هو التنبؤ المستقبلي، أما في حالة كون الهدف من النموذج المقدر هو شرح وتفسير الظاهرة الاقتصادية كحالة تطبيقية، فيكون معيار معنوية المعلمات المقدرة هو الأفضل ويهمل اختبار معامل التحديد المتعدد (R^2).

3- تقدير معامل التحديد المعدل (المصحح) (R^{-2}):

$$\bar{R}^2 = 1 - \left[(1 - R^2)\,\frac{n-1}{n-k-1}\right]$$
$$= 1 - \left[(1 - 0.90)\,\frac{6-1}{6-2-1}\right]$$
$$= 1 - \left[(1 - 0.90)\,\frac{5}{3}\right]$$
$$= 1 - (0.10)(1.6667)$$
$$= 1 - 0.17 = 0.83$$

4- اختبار المعنوية الإحصائية الكلية:

$$\hat{F} = \frac{\hat{B}_1 \sum x_1 y_i + \hat{B}_2 \sum 2 y_i / k}{\sum e_i^2 \ / n - k - 1}$$
$$= \frac{(-1.305)(-49) + (0.768)(50)/2}{11.655/\,3}$$
$$= \frac{63.945 + 38.4/2}{3.885}$$
$$= \frac{51.1725}{3.885} = 13.17$$

يتبين أن قيمة (F) المقدرة (13.17) هي أكبر من قيمة (F) الجدولية (9.55) وهذا يعني أن النموذج المقدر معنوي إحصائياً ككل.

3-1: تقدير النموذج اللاخطي:

تستخدم النماذج اللاخطية Non Linear Models بشكل واسع في قياس العلاقة بين متغير تابع (Y) ومتغير مستقل (X_1) أو أكثر من متغير مستقل؛ حيث يمكن القول بانها أكثر انتشاراً من النماذج الخطية في الدراسات التطبيقية، تماشياً مع بيانات المتغيرات قيد الدراسة والتي يكون انتشارها بشكل غير منتظم بالزيادة أو النقصان في الغالب؛ حيث يتم استخدام محول بوكس - كوكس Box - Cox Transformation لتحديد الصيغ المختلفة التي

يمكن أن تأخذها العلاقة غير الخطية، فإذا كان لدينا متغير مستقل (X) يؤثر على متغير تابع (Y) فإن الصيغة الخطية تأخذ الشكل الآتي:

$$Yi = B_o + B_1X_i + u_i$$

والتي يمكن ان تشتق منها صيغاً غير خطية طبقاً لمحول بوكس - كوكس إن أهم النماذج اللاخطية التي تستخدم في الدراسات الاقتصادية هي:

1-3-1: النموذج اللوغاريتمي المزدوج: Double - Log. Model

تأخذ الصيغة العامة للنموذج اللوغاريتمي المزدوج الشكل الآتي:

$$LnY = LnB_o + B_1LnX_i + u_i$$

عندما:

Ln يمثل اللوغارتم الطبيعي.

إن الصيغة الأصلية للنموذج أعلاه هي في الحقيقة الصيغة المقابلة للوغاريتم Antilog أي أن

$$Y = AX^{B1}e^{u}$$

عندما:

A: يمثل LnB_o.

B_1: يمثل المرونة وتكون ثابتة لجميع قيم (X) و (Y).

e: يمثل أساس اللوغاريتم الطبيعي وقيمته ثابتة = 2.718.

u: يمثل المتغير العشوائي.

وتماشياً مع أحد الفروض الخاصة بالمتغير العشوائي الذي يقول أن:

$$\sum u_i = 0$$
$$\bar{u} = 0$$

وبالتالي، فإن الصيغة السابقة تصبح:

$$Y = AX^{B1}$$

إن ميل النموذج (A) هنا هو متغير وليس ثابت كونه يتغير بتغير (X) و (Y).

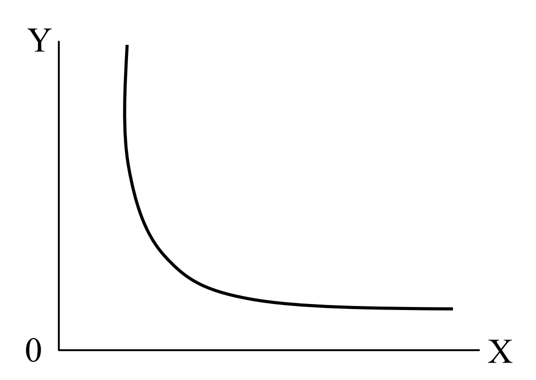
إن الصيغة الأخيرة تمثل علاقات مختلفة للمتغيرات الاقتصادية فمثلاً:

- إذا كانت الصيغة أعلاه تمثل نموذج طلب عندما:

X: يمثل سعر السلعة.

Y: يمثل الكمية المطلوبة من السلعة.

فإنه من المتوقع أن تكون $B_1 < 0$ وتمثل مرونة الطلب السعرية، وتأخذ العلاقة بين (X) و (Y) في هذه الحالة الشكل التالي الذي يمثل نموذج طلب غير خطي بشرط أن يكون $A > 0$.



فعلى افتراض أن $B_1 = -1$، فإن هذا يؤدي إلى كون:

$$y = \frac{A}{X}$$

فبالتالي فإن الإنفاق الكلي $A = XY$ ويكون ثابت.

- أما إذا كانت الصيغة:

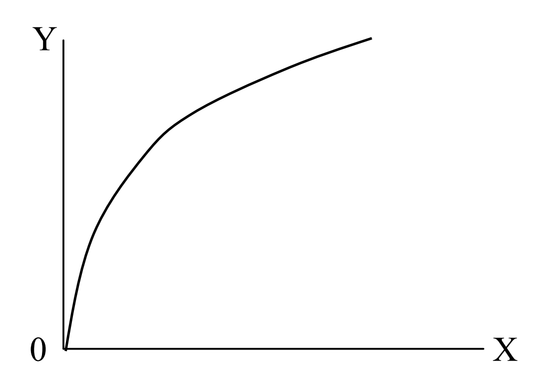
$$Y = AX^{B1}$$

تمثل نموذج إنتاج في ظل تناقص الغلة مثلاً، عندما:

Y: يمثل الإنتاج.

X: يمثل العمل.

فإن من المتوقع أن تكون $0 < B_1 < 1$ وتمثل مرونة الإنتاج للعمل، وتأخذ العلاقة بـين (X) و (Y) الشكل التالي الذي يمثل نموذج إنتاج غير خطي.



إن دالة الإنتاج ممكن أن تأخذ صيغة أخرى كالآتي:

$$Y = f(k, L)$$

بالقسمة على L نحصل على:

$$\frac{Y}{L} = f\left(\frac{K}{L}\right)$$

فإن دالة الإنتاج تكتب كالآتي:

$$\overset{*}{Y} = f\left(\overset{*}{K}\right)$$

عندما:

$\overset{*}{Y} = \frac{Y}{L}$: ويمثل متوسط انتاج العامل أو نصيب العمل من الإنتاج.

$\overset{*}{K} = \frac{K}{L}$: ويمثل كثافة رأس المال أو نصيب العمل من رأس المال.

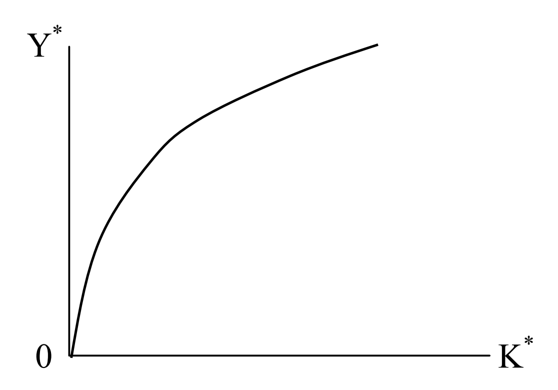
وعليه يمكن تقدير نموذج الإنتاج كعلاقة بين Y^* و K^* باعتماد طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية، كما في الصيغة الآتية:

$$\overset{*}{Y} = AK^{*^{B1}}$$

عندما:

B_1: يمثل هنا مرونة الإنتاج بالنسبة لرأس المال.

إن النموذج أعلاه يأخذ شكل غير خطي، ويكون كالآتي:



بالعودة إلى الصيغة غير الخطية:

$$Y = A\,X^{B1}\,e^{u}$$

وعند توفر بيانات عن (X) و (Y) وباستخدام طريقة المربعات الصغرى الاعتيادية، يمكن تقدير الصيغة أعلاه بعد تحويلها لصيغة لوغاريتمية خطية تأخذ الشكل الآتي:

$$\overset{*}{Y} = B_0^* + B_1 X^* + u$$

عندما:

Y^*: يمثل LnY.

X^*: يمثل LnX.

$\overset{*}{B_0}$: يمثل LnB_o

باستخدام طريقة الانحرافات يكون:

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum x^* y^*}{\sum x^{*2}}$$

$$\overset{*}{B}_0 = \bar{Y}^* - \hat{B}_1 \bar{X}^* \rightarrow \hat{B}_0 = e^{B_0^*} = (2.718)^{B_0^*}$$

مثال7: البيانات في الجدول أدناه، تمثل كميات الإنتاج (Y) (ألف طن) وعدد العمال (ألف عامل)، في أحد القطاعات الصناعية خلال (6) سنوات كالآتي:

السنة	2001	2002	2003	2004	2005	2006
Yi	10	18	24	28	30	31
Xi	2	4	6	8	10	12

المطلوب:

قدر دالة الإنتاج باعتماد النموذج اللوغاريتمي المزدوج مع رسم هذه الدالة.

الحل:

Yi	Xi	Y^* (LnY)	X^* (LnX)	yi^*	xi^*	$x_i^* y_i^*$	x_i^{*2}
10	2	2.303	0.69	-0.79	-1.097	0.864	1.203
18	4	2.890	1.39	-0.404	-0.404	0.080	0.163
24	6	3.18	1.79	0.09	0	0	0
28	8	3.33	2.08	0.24	0.289	0.070	0.084
30	10	3.40	2.30	0.31	0.513	0.159	0.263
31	12	3.43	2.48	0.34	0.695	0.239	0.483
		18.533	10.73	0	0	1.412	2.196

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum x^* y^*}{\sum x_i^{*2}}$$

$$= \frac{1.412}{2.196} = 0.64$$

$$\hat{B}_0 = \overset{\bar{*}}{Y} - \hat{B}_1 X^{\bar{*}}$$

$$\overline{\overset{*}{Y}} = \frac{\sum \overset{*}{Y}}{n}$$

$$= \frac{18.533}{6} = 3.09$$

$$\overline{\overset{*}{X}} = \frac{\sum \overset{*}{X}}{n}$$

$$= \frac{10.73}{6} = 1.79$$

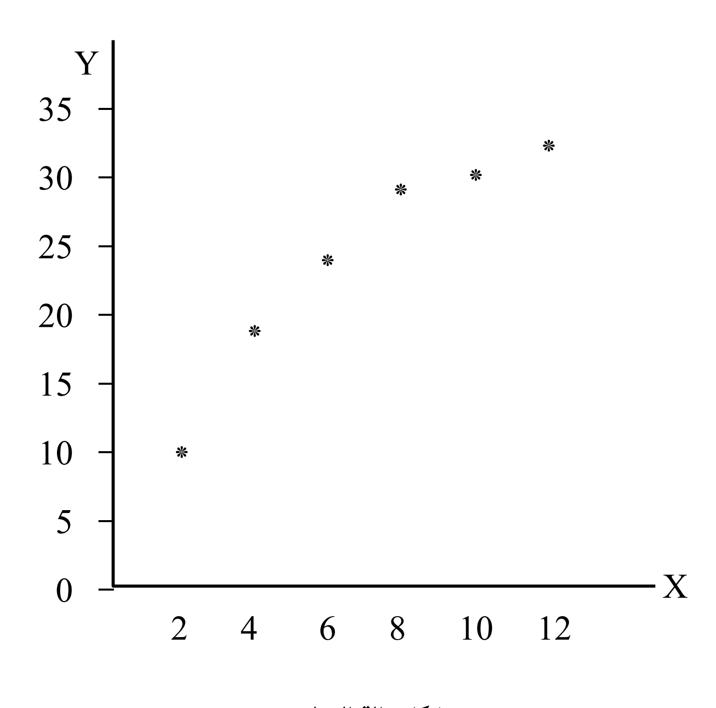
$$\therefore B_0 = 3.09 - (0.64)(1.79)$$

$$= 3.09 - 1.1456 = 1.94$$

$$\because \hat{B}_0 = e^{\overset{*}{B}_0} = (2.718)^{\overset{*}{B}_0}$$

$$\therefore \hat{B}_0 = (2.718)^{1.94} = 6.96$$

$$\therefore \hat{Y} = 6.96\, X^{0.64}$$



شكل دالة الإنتاج

هذا يعني أن مرونة إنتاج العمل = 0.64 وأن كل زيادة في العمل بنسبة 1% سيؤدي إلى زيادة في الإنتاج بنسبة 0.64% بمعنى آخر أن زيادة العمل بنسبة 10% سيؤدي إلى زيادة في الإنتاج بنسبة 6.4%.

2-3-1: النموذج نصف اللوغاريتمي: Sime-Log. Model

في النموذج نصف (شبه) اللوغارتمي، يتم أخذ اللوغارتم لأحد طرفي النموذج مع إبقاء الطرف الثاني بقيمته الحقيقية.

على هذا الأساس هناك نوعين من النماذج نصف اللوغارتمي هما:

- النموذج نصف اللوغارتمي من طرف اليسار:

يأخذ هذا النوع الصيغة الأتية:

$$LnY = B_o + B_1X + u$$

إن الصيغة الأصلية للنموذج أعلاه هي:

$$Y = e^{(B_o + B_1X + u)}$$

وتسمى هذه الصيغة بالصيغة اللوغارتمية الخطية.

إن النموذج نصف اللوغاريتمي من طرف اليسار، يتم استخدامه عندما يكون التغير المطلق في المتغير المستقل (X) بمقدار معين يرافقه تغير نسبي ثابت في المتغير التابع (Y) ومثال على ذلك نمو الدخل كمتغير تابع بنسبة ثابتة نتيجة لتغير مطلق في الزمن كمتغير مستقل.

مثال8: البيانات أدناه تمثل الصادرات خلال فترة زمنية طولها (6) سنوات كما في الجدول الآتي:

Yi	8	12	18	27	40.5	60.75
Xi	1	2	3	4	5	6

المطلوب:

1- تقدير معادلة الاتجاه العام للصادرات عبر الزمن باستخدام النموذج نصف اللوغاريتمي من طرف اليسار.

2- رسم المسار الزمني للصادرات والمسار الزمني اللوغاريتمي للصادرات.

3- تقدير المرونة.

الحل:

❖ التغير النسبي لمشاهدات المتغير التابع (الصادرات) ثابت و = 50% وتغير مطلق بمقدار ثابت في المتغير المستقل (الزمن) فإنه يتم استخدام النموذج نصف اللوغاريتمي من طرف اليسار.

1- تقدير معادلة خط الاتجاه العام

Y	X	Y^* (LnY)	xi	yi^*	$xiyi^*$	x_i^2
8	1	2.079	-2.5	-1.014	2.535	6.25
12	2	2.485	-1.5	-0.608	0.912	2.25
18	3	2.890	-0.5	-0.202	0.101	0.25
27	4	3.296	0.5	0.203	0.102	0.25
40.5	5	3.701	1.5	0.608	0.912	2.25
60.75	6	4.107	2.5	1.014	2.535	6.25
	21	18.56	0	0	7.097	17.5

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum x_i y_i^*}{\sum x_i^2}$$

$$= \frac{7.097}{17.5} = 0.406$$

$$\hat{B}_0 = \overset{*}{\bar{Y}} - \hat{B}_1 \bar{X}$$

$$\overset{*}{\bar{Y}} = \frac{\sum \overset{*}{Y}}{N}$$

$$= \frac{18.56}{6} = 3.093$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

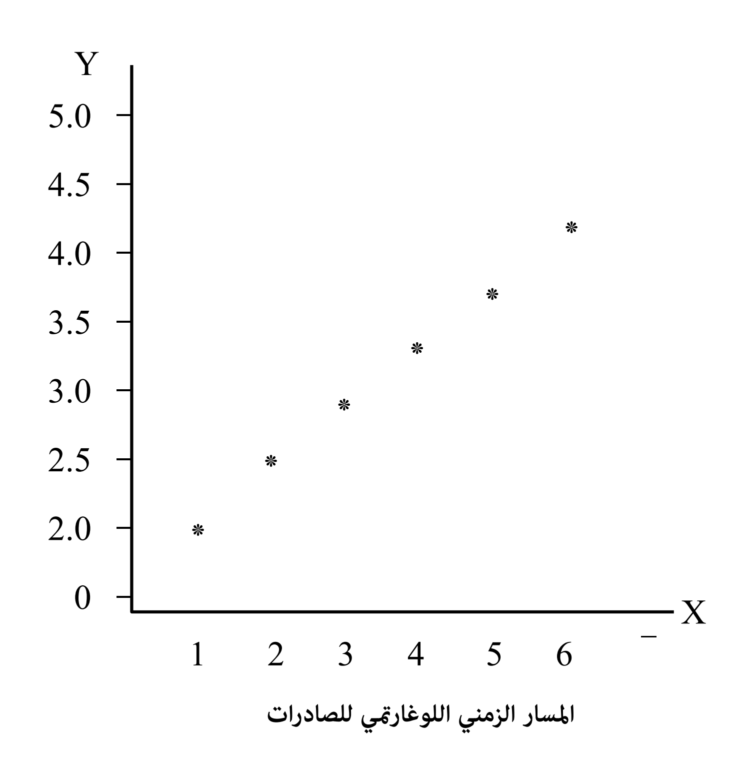
$$= \frac{21}{6} = 3.5$$

$$\hat{B}_0 = 3.093 - (0.406)(3.5)$$

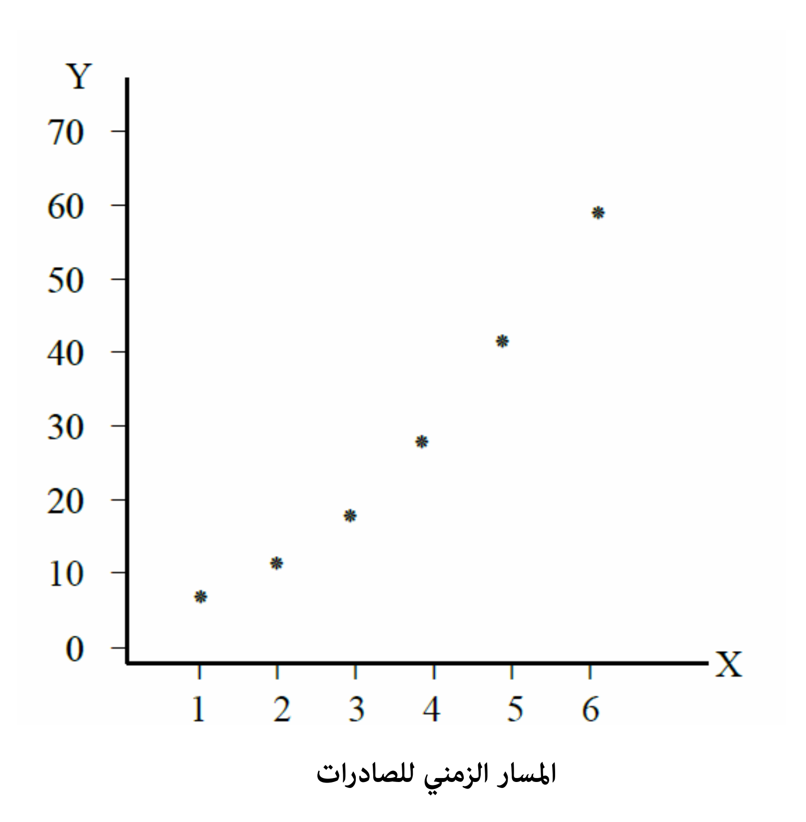
$$= 3.093 - 1.406 = 1.67$$

$$Log\hat{Y}i = 1.67 + 0.406\, X_i$$

2- رسم المسار الزمني



المسار الزمني اللوغارتمي للصادرات



المسار الزمني للصادرات

3- تقدير المرنة

إن صيغة مرونة المتغير التابع بالنسبة للمتغير المستقل تأخذ الشكل الآتي:

$$EYX = \hat{B}_1 \bar{X}$$
$$= (0.406)(3.5) = 1.42.$$

- النموذج نصف اللوغاريتمي من طرف اليمين

حسب هذا النموذج يؤخذ اللوغاريتم لطرف اليمين وإبقاء طرف اليسار بقيمته الحقيقية، وعليه يكون شكل النموذج وفق الصيغة الآتية:

$Yi = B_o + B_1 \, LnX_i + u_i$

إن هذه الصيغة تم اشتقاقها أصلاً من الصيغة الأصلية الآتية:

$$e^Y = B_0 X^{B1} e^u$$

يعتمد هذا النموذج في التقدير عندما يكون التغير في المتغير المستقل (X) بنسبة ثابتة ويؤدي إلى تغير في المتغير التابع (y) بمقدار ثابت، وهو بذلك عكس ما لاحظناه في النموذج نصف اللوغاريتمي من طرف اليسار آنفاً.

مثال9: إذا توفرت لديك بيانات عن الدخل كمتغير مستقل (x) والاستهلاك كمتغير تابع (y) كالآتي:

Yi	85	95	105	115	125	135
Xi	80	96	115	138	166	199

المطلوب:

1- تقدير دالة الاستهلاك باعتماد النموذج نصف اللوغاريتمي من طرف اليمين.

2- تقدير الميل الحدي للاستهلاك والمرونة الداخلية.

الحل:

من ملاحظة بيانات (Y) يتبين أنه يتغير بمقدار ثابت = 10، عندما تتغير بيانات الدخل (X) بنسبة ثابتة = 20%، لذا يتوجب استخدام النموذج نصف اللوغاريتمي من طرف اليمين.

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum y_i^* x_i}{\sum x_i^{*2}}$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_1 X^{\bar{*}}$$

Yi	Xi	X_i^* (LnX)	y_i	x_i^*	$x_i^* y_i$	x_i^{*2}
85	80	4.382	-25	-0.455	11.375	0.207
95	96	4.564	-15	-0.273	4.095	0.075
105	115	4.745	-5	-0.092	0.462	0.008
115	138	4.927	5	0.090	0.450	0.008

125	166	5.112	15	0.275	4.125	0.076
135	199	5.293	25	0.456	11.400	0.208
600	794	29.023	0	0	31.905	0.582

$$\hat{B}_1 = \frac{31.905}{0.582} = 54.8$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n}$$

$$= \frac{660}{6} = 110$$

$$\bar{X^*} = \frac{\sum X_i^*}{n}$$

$$= \frac{29.023}{6} = 4.837$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_1 \bar{X^*}$$

$$=110 - (54.8)(4.837)$$

$$= 110 - 265.1 = -155.1$$

$$\therefore \hat{Y}_i = -155.1 + 54.8\, LnX_i$$

2- تقدير الميل الحدي للاستهلاك

$$MPC = \frac{\hat{B}_1}{\bar{X}}$$

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n}$$

$$= \frac{794}{6} = 132.3$$

$$\therefore MPC = \frac{54.8}{132.3} = 0.41$$

تقدير المرونة

$$EYX = \frac{\bar{B}_1}{\bar{Y}}$$
$$= \frac{54.8}{110} = 0.50$$

1-3-3: النموذج المعكوس: Inverse Model

يأخذ هذا النموذج الصيغة الآتية:

$$Y = B_0 + B_1 \frac{1}{X} + u$$

عندما:

$$\overset{*}{X} = \frac{1}{X}$$

وعن طريق الصيغتين أدناه نتمكن من تقدير النموذج المعكوس.

$$\hat{B}_0 = \frac{\sum x_i^* y_i}{\sum x_i^{*2}}$$
$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_1 \bar{X^*}$$

إن الميل حسب هذا النموذج يكون متغير وغير ثابت، ويتم حسابه وفق الصيغة الآتية:

$$Slope = \frac{dY}{dX} = -\frac{\hat{B}_1}{\frac{2}{\bar{X}}}$$

أما المرونة التي تكون هي الأخرى متغيرة غير ثابتة فتقدر وفق الصيغة الآتية:

$$EYX = \frac{-\hat{B}_1}{\bar{Y}\bar{X}}$$

مثال10: البيانات في الجدول أدناه تمثل معدل التضخم (x) كمتغير مستقل يؤثر على معدل البطالة (y) كمتغير تابع للمدة 2004 - 2010.

السنة	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Yi	20	16	14	13	12.50	12.25	12.125
Xi	4	6	8	10	12	14	16

المطلوب:

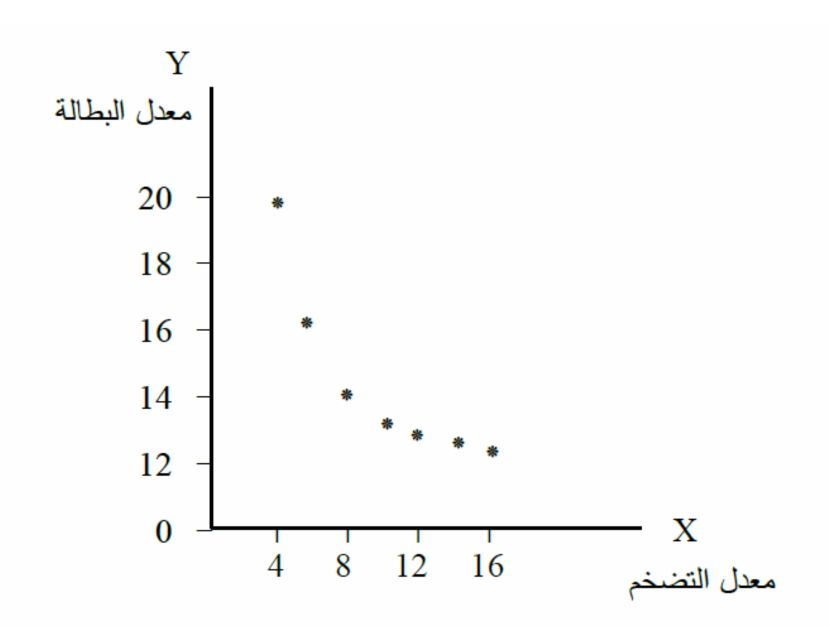
1- رسم شكل انتشار بيانات معدل التضخم ومعدل البطالة للحصول على منحنى فيلبس.

2- تقدير الدالة التي تعطي منحنى فيلبس باستخدام النموذج المعكوس.

3- تقدير الميل والمرونة من خلال الدالة المقدرة.

الحل:

1- رسم شكل الانتشار



منحنى فيليبس

يبين شكل الانتشار أن العلاقة بين (X) و(Y) علاقة عكسية غير خطية وهـذا يعنـي أن النموذج المعكوس هو النموذج الملائم لتقدير هذه العلاقة.

2- تقدير الدالة

Yi	Xi	$X_i^* \left(\frac{1}{X}\right)$	Yi	x_i^*	$x^* y$	x_i^{*2}
20	4	0.25	5.732	0.127	0.728	0.0161
16	6	0.167	1.731	0.044	0.076	0.0019
14	8	0.125	-0.268	0.002	-0.0005	0
13	10	0.100	-1.268	-0.023	0.029	0.0005
12.50	12	0.083	-1.768	-0.040	0.071	0.0016
12.25	14	0.071	-2.018	-0.051	0.103	0.0026
12.125	16	0.063	-2.143	-0.059	0.126	0.0035
99.875	70	0.859	0	0	1.133	0.0263

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum x_i^* y_i}{\sum x_i^{*2}}$$

$$= \frac{1.133}{0.0263} = 43$$

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_i}{n}$$

$$= \frac{99.875}{7} = 14.268$$

$$\bar{X}^* = \frac{\sum X^*}{n}$$

$$= \frac{0.859}{7} = 0.1227$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_1 \bar{X}^*$$

$$=14.268 - (43)(0.1227)$$

$$=14.268 - 5.2761 = 8.99$$

$$\therefore \hat{Y}_i = 8.99 + 43\frac{1}{X_i}$$

إن الثابت في النموذج المقدر يعني أن الحد الأدنى لمعدل البطالة لا ينخفض عـن 8.99%

مهما ارتفع معدل التضخم.

2- تقدير الميل:

$$Slope = \frac{dY}{dX}$$
$$= \frac{-43}{\bar{X}^2}$$
$$= \frac{-43}{(10)^2} = -0.43$$

أي أن زيادة معدل التضـخم بوحـدة واحـدة سـيؤدي إلى انخفـاض في معـدل البطالـة

بمقدار 0.43 من الوحدة في المتوسط.

تقدير المرونة:

$$EYX = \frac{-\hat{B}_1}{\bar{Y}\bar{X}}$$
$$= \frac{-43}{(14.268)(10)}$$
$$= \frac{-43}{142.68} = -0.30$$

أي أن الارتفاع في معدل التضخم بنسبة 10% سـيؤدي إلى انخفـاض في معـدل البطالـة

بنسبة 3% بالمتوسط.

1-3-4: النموذج اللوغاريتمي المعكوس Log-Inverse Model

إن الصيغة العامة للنموذج اللوغارتمي المعكوس تأخذ الشكل الآتي:

$$LnY = B_0 + B_1 \frac{1}{X} + U$$

بمعنى أننا نأخذ الــ (Ln) للطـرف الأيسر $y^* = LnY$ ومعكـوس قـيم المتغـير المسـتقل

للطرف الأيمن

$$X^* = \frac{1}{X}$$

ونستخدم الصيغتين:

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum y_i^* x_i^*}{\sum x_i^{*2}}$$
$$\hat{B}_1 = \bar{Y^*} - \hat{B}_1 \bar{X^*}$$

مثال11: البيانات التالية لمتغير مستقل (X) يؤثر على متغير تابع (Y) من خلال (8) مشـاهدات كالآتي:

Yi	3	7	12	18	20	21	23	24
Xi	2	4	6	8	10	12	14	16

المطلوب:

تقدير العلاقة بين (X) و (Y) باعتماد النموذج اللوغاريتمي المعكوس.

الحل:

Yi	Xi	$\overset{*}{Y_i}$ (LnY)	$\overset{*}{X_i}$ $(\frac{1}{X})$	$\overset{*}{y_i}$	$\overset{*}{x_i}$	$\overset{*}{y_i}\overset{*}{x_i}$	$\overset{*}{x_1}^2$
3	2	1.099	0.5	-1.498	0.330	-0.494	0.1089
7	4	1.946	0.25	-0.651	0.080	-0.052	0.0064
12	6	2.485	0.167	-0.112	-0.003	0	0
18	8	2.890	0.125	0.293	-0.045	-0.013	0.0020
20	10	2.996	0.1	0.399	-0.070	-0.028	0.0049
21	12	3.045	0.083	0.448	-0.087	-0.039	0.0076
23	14	3.135	0.071	0.538	-0.099	-0.053	0.0098
24	16	3.178	0.063	0.581	-0.107	-0.062	0.0114
128	72	20.774	1.359	0	0	-0.741	0.151

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum \overset{*}{x_i}\overset{*}{y_i}}{\sum \overset{*}{x_i}^2}$$

$$= \frac{-0.741}{0.151} = -4.907$$

$$\bar{\overset{*}{Y}} = \frac{\sum \overset{*}{Y}}{n}$$

$$= \frac{20.774}{8} = 2.597$$

$$\bar{\overset{*}{X}} = \frac{\sum \overset{*}{X}}{n}$$

$$= \frac{1.359}{8} = 0.17$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y^*} - \hat{B}_1 \bar{X^*}$$

$$= 2.597 - (-4.907)(0.17)$$

$$= 2.597 + 0.834 = 3.431$$

$$Ln\hat{Y}_i = 3.431 - 4.907 \frac{1}{X_i}$$

1-3-5: النموذج الأسي Exponent Model

يعتبر النموذج أسياً إذا كان أحد متغيراته على الأقل مرفوع لقوة معينة قد تكون تربيعية أو تكعيبية وهكذا، فلنأخذ النموذج الأسي التربيعي مثالاً لذلك؛ حيث تكون صيغته كالآتي:

$$Y_i = B_0 + B_1 X_i^2 + U_i$$

وعند تقدير هذا النموذج نقوم بتربيع قيم المتغير المستقل أي أن:

$$\overset{*}{X} = \overset{2}{X}$$

أما قيم المتغير التابع (Y) فتبقى كما هي، مع ملاحظة أن المتغير التابع قد يكون هو المرفوع للقوة وبذلك نقوم بتربيع قيم هذا المتغير، ونفس الكلام ينطبق على النموذج الأسي التكعيبي حيث يكعب المغير المرفوع للقوة (3) وهكذا.

للحصول على المعلمات المقدرة للنموذج الأسي نطبق الصيغتين الآتيتين:

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum \overset{*}{x_i} y_i}{\sum x_i^{*2}}$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_1 \bar{X^*}$$

وذلك عندما يكون المتغير المستقل مرفوعاً لقوة معينة.

مثال12: إذا توفرت لديك (5) مشاهدات لمتغير مستقل (x) يؤثر على متغير تابع (Y) كما في الجدول الآتي:

Yi	4	5	7	10	14
Xi	3	4	5	6	8

المطلوب:

تقدير معلمات النموذج أعلاه وفقاً للنموذج الأسي الآتي:

$Y_i = B_0 + B_1 X^2 + U_i$

الحل:

Y_i	X_i	$X^* (X^2)$	y_i	$\overset{*}{x}_i$	$\overset{*}{x}_i y_i$	$\overset{*}{x}_i^2$
4	3	9	-4	-21	84	441
5	4	16	-3	-14	42	196
7	5	25	-1	-5	5	25
10	6	36	2	6	12	36
14	8	64	6	34	204	1156
40		150	0	0	347	1854

$$\bar{Y} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{40}{5} = 8$$

$$\bar{\overset{*}{X}} = \frac{\sum \overset{*}{X}}{n} = \frac{150}{5} = 30$$

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum \overset{*}{x}_i y_i}{\sum x_i^{*2}} = \frac{347}{1854} = 0.187$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - \hat{B}_1 X^{\bar{*}}$$

$$= 8- (0.187)(30)$$

$$= 8- 5.61 = 2.39$$

$$\therefore \hat{Y}_i = 2.39 + 0.187\, X_i$$

1-4: تمارين

1- إذا كان لديك متغير مستقل (X) يؤثر على متغير تابع (Y) من خلال (6) مشاهدات كما في الجدول الآتي:

Yi	3	4	3	9	10	13
Xi	2	3	2	6	7	10

المطلوب:

قدر نموذج الانحدار الخطي البسيط باعتماد:

1- طريقة الحذف والتعويض.

2- طريقة الانحرافات.

2- الجدول أدناه يمثل العلاقة بين متغير مستقل (X) ومتغير تابع (Y) من خلال (8) مشاهدات:

Yi	4	4	5	6	6	8	10	13
Xi	1	1	2	2	3	4	5	6

فإذا علمت أن النموذج المقدر يأخذ الصيغة الآتية:

$$\hat{Y}_i = 1.999 + 1.667\ X_i$$

المطلوب:

1- اختبار المعنوية الإحصائية للمعلمات المقدرة باختبار (t) إذا علمت أن قيمة (t) الجدولية بمستوى معنوية (0.05) هي (1.94).

2- هل أن الخطأ المعياري لتقدير المعلمات صغير ومقبول إحصائياً؟

3- كون حدود ثقة لـ$(\hat{B}1)$ و $(\hat{B}0)$ بمستوى معنوية 5% إذا علمت أن قيمة (t) الجدولية بمستوى معنوية (0.025) هي (2.447).

3- متغير مستقل (X) يؤثر على متغير تابع (Y) من خلال (7) مشاهدات كما في الجدول الاتي:

Yi	10	9	8	6	4	3	2
Xi	2	2	4	6	6	7	8

المطلوب:

1- تقدير نموذج الانحدار الخطي البسيط بطريقة الانحرافات.

2- اختبر المعنوية الإحصائية الكلية للنموذج باختبار (F) إذا علمت أن قيمة (F) الجدولية هي (5.79).

3- تقدير قيمة (F) باعتماد جدول تحليل التباين.

4- تقدير معامل التحديد <(R^2)

4- إذا توفرت لديك بيانات من خلال (7) مشاهدات لمتغيرين مستقلين (X1) و (X2) يؤثران على متغير تابع (Y) كما في الجدول الآتي:

Yi	6	8	11	15	18	23	28
X1	2	4	7	9	11	14	18
X2	1	2	3	4	6	9	11

المطلوب:

تقدير نموذج الانحدار الخطي المتعدد بطريقة الانحرافات.

5- أدناه معطيات ومجاميع انحرافات لمتغيرين مستقلين (X1) و (X2) يؤثران على متغير تابع (Y) من خلال (10) مشاهدات:

$$\sum x_1y_i = 46 \qquad \sum x_1^2 = 22 \qquad {}^2S\hat{B}_0 = 1.004 \qquad \hat{B}_0 = 1.236$$

$$\sum x_2y_i = 58 \qquad \sum x_2^2 = 25 \qquad {}^2S\hat{B}_1 = 0.012 \qquad \hat{B}_1 = 2.145$$

$$\sum x_1x_2 = 25 \qquad \sum y_i^2 = 400 \qquad {}^2S\hat{B}_1 = 4.136 \qquad \hat{B}_2 = 4.274$$

الجدولية t= 1.83 الجدولية F=4.29

المطلوب:

1- اختبار المعنوية الإحصائية للمعلمات المقدرة باختبار (t).

2- تقدير معامل التحديد المتعدد (R^2).

3- تقدير معامل التحديد المصحح (R^{-2}).

4- اختبار المعنوية الإحصائية الكلية للنموذج باختبار (F).

6- البيانات في الجدول أدناه تمثل كمية الإنتاج (Y) (ألف طن) وقيمة رأس المال (X) (مليون دينار) لأحد معامل الألومنيوم خلال (7) سنوات.

Yi	8	12	15	18	23	28	36
Xi	3	5	7	9	11	14	18

المطلوب:

تقدير دالة الإنتاج باعتماد النموذج اللوغاريتمي المزدوج.

7- البيانات التالية لمتغير مستقل (X) يؤثر على متغير تابع (Y) من خلال (6) مشاهدات كما في الجدول الآتي:

Yi	5	8	13	18	23	27
Xi	3	5	7	9	11	13

المطلوب:

تقدير نموذج الانحدار باعتماد النموذج اللوغاريتمي المعكوس.



الفصل الثاني

إحصاءات التنبؤ بالمتغيرات الاقتصادية

الفصل الثاني

إحصاءات التنبؤ بالمتغيرات الاقتصادية

2-1: التنبؤ المعتمد على نماذج الانحدار.

2-1-1: التنبؤ باعتماد نموذج انحدار خطي بسيط.

2-1-1-1: التنبؤ بنقطة.

2-1-1-2: التنبؤ بفترة.

2-1-2: التنبؤ باعتماد نموذج انحدار خطي بـأكثر من معادلة.

2-1-3: التنبؤ باعتماد نموذج انحدار خطي متعدد.

2-1-4: التنبؤ باعتماد نموذج انحدار لا خطي.

2-2: التنبؤ المعتمد على السلاسل الزمنية.

2-2-1: التنبؤ بطريقة الأوساط المتحركة.

2-2-2: التنبؤ بطريقة التمهيد الأسي.

2-3: اختبارات القوة التنبؤية.

2-3-1: اختبار معنوية الفرق.

2-3-2: اختبار معامل عدم التساوي لثيل.

2-4: تمارين.

الفصل الثاني

إحصاءات التنبؤ بالمتغيرات الاقتصادية

تعتمد عملية التخطيط سواء على مستوى الدولة أو المنشأة في القطاع الخاص على قاعدة من البيانات تستخدم في هذه العملية سواء كانت البيانات تتعلق بالفترة الحالية أو المستقبلية، لذا فإن التنبؤ بما ستكون عليه المتغيرات الاقتصادية ذات العلاقة مستقبلًا مهم في خدمة التخطيط واتخاذ القرارات الاقتصادية.

فالتنبؤ هو محاولة لتقدير كمي لقيم المتغيرات أو المشاهدات للسلسلة الزمنية لظاهرة اقتصادية في المستقبل، استناداً إلى بيانات في الفترة الحالية أو الماضية على اعتبار أن ما سيحدث في المستقبل هو امتداد للماضي والحاضر، مع ملاحظة أن عملية التنبؤ قد لا تكون دقيقة أو حتى مقبولة إذا حدثت تغيرات غير متوقعة كالحروب والنزوح والانخفاض الحاد في أسعار النفط مثلاً، أو كان توصيف النموذج خاطئ، أو عملية التقدير غير صحيحة، إضافة إلى احتمالية أن تكون العينة المدروسة والمستخدمة في التقدير متحيزة لا تمثل المجتمع الإحصائي تمثيلاً جيداً، كل ذلك ينعكس على التنبؤات المستقبلية ويجعلها مغلوطة لا تعكس واقع الحال في المستقبل.

وقد لوحظ أن نتائج التنبؤ المبنية على نماذج تحليل الانحدار تكون أكثر دقة في الأجل الطويل قياساً بنتائج التنبؤ المبنية على السلاسل الزمنية التي تكون نتائجها التنبؤية أكثر دقة في الأجل القصير إذا قورنت بنماذج الانحدار.

سيتم في هذا الفصل التطرق إلى التنبؤ باعتماد نموذج انحدار بسيط لمعادلة واحدة ونموذج انحدار بأكثر من معادلة، إضافة إلى التنبؤ باعتماد نموذج انحدار بسيط لا خطي، وكذلك التنبؤ باعتماد السلاسل الزمنية وأخيراً اختبارات القوة التنبؤية للوقوف على معولية النماذج المستخدمة للتنبؤ.

1-2: التنبؤ المعتمد على نماذج الانحدار.

1-1-2: التنبؤ باعتماد نموذج انحدار خطي بسيط.

يتناول هذا الجزء التطرق للتنبؤ بنقطة والتنبؤ بفترة لنموذج انحدار خطي.

1-1-1-2: التنبؤ بنقطة.

من خلال هذا التنبؤ يتم الحصول على قيمة تنبؤية واحدة للمتغير ويكون هذا التنبؤ على نوعين الأول التنبؤ بنقطة غير مشروط عند توفر معلومات عن قيمة المتغير المستقل في المدة الحالية وعدم توفر معلومات عن قيمة المتغير المستقل للمدة المقبلة.

مثال1: افترض أنه تم تقدير نموذج خطي بسيط يربط بين الكمية المعروضة من سلعة كمتغير تابع (y) وسعر هذه السلعة كمتغير مستقل (x) خلال المدة (2000-2015) كالآتي:

$Y_t = 150 + 0.5\ x_{t-1}$

المطلوب:

باعتماد التنبؤ بنقطة ما هي القيمة المتنبأ بها للكمية المعروضة Y_{t+1} عام (2016) إذا علمت أن $X_t = 40$ لعام (2015).

الحل:

$Y_{t+1} = 150 + 0.5\ (40)$

$= 150 + 20 = 170.$

يلاحظ أن التنبؤ بنقطة هنا غير مشروط لعدم توفر معلومات عن قيم التغير المستقل (X_t) للأعوام بعد عام 2015.

أما النوع الثاني في التنبؤ بنقطة فهو المشروط ويكون ذلك عندما يتوفر معلومات عن قيمة المتغير المستقل لسنة التنبؤ القادمة.

مثال2: عند استخدام متغير التخلف الزمني لسـنة قادمـة X_{t+1} لتقـدير النمـوذج في المثـال (1) نحصل على الصيغة الآتية:

$Y_{t+1} = 145 + 0.35\ X_t + 0.42\ X_{t+1}$

المطلوب: باعتماد التنبؤ بنقطة تنبأ بقيمة الكمية المعروضة Y_{t+1} عام (2016) إذا علمت أن X_{t+1} .= 50

الحل:

$Y_{t+1} = 145 + 0.35\ (40) + 0.42\ (50)$

$= 145 + 14 + 21$

$= 180.$

2-1-1-2: التنبؤ بفترة

يقوم هذا التنبؤ على توسيع احتمالية القوة التنبؤية للمغير التـابع، كـون هنـاك انحـراف للقيمة المتوقعة للمتغير التابع $(\hat{y})$ عند القيمة الحقيقة (Y),

إن هذا التنبؤ بحدود معينة يعني وقوع القيمة المتنبأ بها للمتغير التابع وباحتمال معـين داخل حدين هما الحد الأدنى والحد الأعلى كما في الصيغة الآتية:

$$\hat{Y}_F - \left(t\ table\frac{\lambda}{2}\right)\left(S\hat{Y}_F\right) < Y_F < \hat{Y}_F + \left(t\ table\frac{\lambda}{2}\right)\left(S\hat{Y}_F\right)$$

أو:

الحد الدنى لفترة التنبؤ.

$$Y_F = \hat{Y}_F - \left(t\ table\frac{\lambda}{2}\right)\left(S\hat{Y}_F\right)$$

الحد الأعلى لفترة التنبؤ

$$Y_F = \hat{Y}_F + \left(t\ table\frac{\lambda}{2}\right)\left(S\hat{Y}_F\right)$$

عندما:

$\hat{Y}F$ يمثل القيمة المتنبأ بها (المتوقعة) للمتغير التابع Y.

YF: يمثل القيمة الحقيقية للمتغير التابع Y.

λ يمثل مستوى المعنوية مقسوم على (2)، فعندما يكون حدود الثقة (0.95) مثلاً فإن مستوى المعنوية تكون (0.025).

$S\hat{y}_F$ يمثل الخطأ المعياري لتقدير Y.

حيث أن:

$$S\hat{Y}_F = \sqrt{{}^2S\hat{Y}_F}$$

$${}^2S\hat{Y}_F = {}^2Sei\left[1+\frac{1}{n}+\frac{(X_F-\bar{X})^2}{\sum x_i^2}\right]$$

عندما:

${}^2S\hat{y}_F$ يمثل تباين المتغير التابع.

${}^2Sei$ يمثل تباين المتغير العشوائي.

X_F يمثل القيمة المتنبأ بها في المستقبل للمتغير المستقل.

حيث أن:

$${}^2Sei = \frac{\sum e_i^2}{n-k-1}$$

مثال3: الجدول التالي يمثل متوسط دخل الفرد (X_t) (100 دولار) يؤثر على انفاقه الاستهلاكي (Y_t) خلال المدة (2001-2010).

السنة	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Y_t	16	18	19	20	27	28	31	33	34	34
X_t	18	21	24	28	31	34	35	35	36	38

المطلوب:

1- تقدير نموذج متوسط الدخل باعتماد الزمن وفق الصيغة الآتية:

$$X_t = \hat{B}_0 + \hat{B}_1\, T + U_t$$

2- تحديد تنبؤ النقطة للإنفاق الاستهلاكي (Y_{t+1}) خلال السنوات 2011, 2012, 2013.

3- تحديد تنبؤ الفترة للإنفاق الاستهلاكي (Y_{t+1}) خلال عام 2011 باحتمال ثقة 95%.

الحل:

1- تقدير متوسط الدخل (X_t)

Y_t	X_t	T	x_t	T	^2t	$x_t t$
16	18	1	-12	-4.5	20.25	54
18	21	2	-9	-3.5	12.25	31.5
19	24	3	-6	-2.5	6.25	15
20	28	4	-2	-1.5	2.25	3
27	31	5	1	-0.5	0.25	-0.5
28	34	6	4	0.5	0.25	2
31	35	7	5	1.5	2.25	7.5
33	35	8	5	2.5	6.25	12.5
34	36	9	6	3.5	12.25	21
34	38	10	8	4.5	20.25	36
260	300	55	0	0	82.5	182

$$\bar{X}_t = \frac{\sum X_t}{n}$$
$$= \frac{300}{10} = 30$$
$$T = \frac{\sum T}{n}$$
$$= \frac{55}{10} = 5.5$$
$$\hat{B}_1 = \frac{\sum x_t\, t}{\sum t^2}$$
$$= \frac{182}{82.5} = 2.206$$
$$\hat{B}_0 = \bar{X}_t - \hat{B}_1\, \bar{T}$$
$$= 30 - 2.206\,(5.5)$$
$$= 30 - 12.133 = 17.867$$
$$\therefore\ \hat{X}_t = 17.867 + 2.206\, T$$

2- تحديد تنبؤ النقطة Y_{t+1} للسنوات 2011 و2012 و2013.

Y_t	X_t	y_t	x_t	$y_t x_t$	x^2_t	y^2_t
16	18	-10	-12	120	144	100
18	21	-8	-9	72	81	64
19	24	-7	-6	42	36	49
20	28	-6	-2	12	4	36
27	31	1	1	1	1	1
28	34	2	4	8	16	4
31	35	5	5	25	25	25
33	35	7	5	35	25	49
34	36	8	6	48	36	64
34	38	8	8	64	64	64
260	300	0	0	427	432	456

$$\bar{Y}_t = \frac{\sum Y_t}{n}$$

$$= \frac{260}{10} = 26$$

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum y_t x_t}{\sum x_t^2}$$

$$= \frac{427}{432} = 0.988$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y}_t - \hat{B}_1 \bar{X}_t$$

$$= 26 - (0.988)(30)$$

$$= 26 - 29.64 = -3.64$$

$$\therefore \ \hat{Y}_t = -3.64 + 0.988\, X_t$$

هذه المعادلة تستخدم في التنبؤ بالقيم المتوقعة للإنفاق الاستهلاكي (y_t)، أما المعادلة المقدرة السابقة لها فتستخدم في التنبؤ بالقيم الحقيقية المتوقعة لمتوسط الدخل (x_t) خلال السنوات الثلاثة 2011 و2012 و2013 كما في الجدول الآتي:

سنوات التنبؤ	الزمن T	القيمة المتوقعة كمتوسط الدخل $\hat{X}_t = 17.867 + 2.206\,T$	القيمة المتوقعة للانفاق الاستهلاكي $\hat{Y}_t = -3.64 + 0.988\,X_t$
2011	11	42.1	38.0
2012	12	44.6	40.1
2013	13	46.5	42.3

يمكن التنبؤ بالقيمة المتوقعة للإنفاق الاستهلاكي $(\hat{Y})$ عن طريق تعويض المعادلة:

$$\hat{X}_t = 17.867 + 2.206\ T$$

في المعادلة:

$$\hat{Y}_t = -3.64 + 0.988X_t$$

فنحصل على:

$$\hat{Y}_t = -3.64 + 0.988\ (17.867 + 2.206T)$$
$$= -3.64 + 17.653 + 2.180T$$
$$= 14.013 + 2.180T$$

نعوض T للسنوات الثلاثة فنحصل على القيمة المتوقعة للإنفاق الاستهلاكي كما في الجدول الآتي:

سنوات التنبؤ	الزمن T	القيمة المتوقعة للإنفاق الاستهلاكي $\hat{Y}_t = 14.013 + 2.180T$
2011	11	38.0
2012	12	40.1
2013	13	42.3

3- تحديد تنبؤ الفترة لـ Y_{t+1} عام (2011).

$$\sum ei^2 = \sum yi^2 - \hat{B}_1 \sum x_t y_t$$
$$= 456 - (0.988)(427).$$
$$= 456 - 421.876 = 34.124$$
$$^2Sei = \frac{\sum ei^2}{n-k-1}$$

$$= \frac{34.124}{10-1-1} = 4.266$$

$$^2S\hat{Y} = \ ^2Sei\left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_F - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}\right]$$

$$= 4.266\left[1 + \frac{1}{10} + \frac{(42.1 - 30)^2}{432}\right]$$

$$= 4.266\left[1 + \frac{1}{10} + \frac{146.41}{432}\right]$$

$$= 4.266\ (1.1 + 0.339)$$

$$= 4.266\ (1.439) = 6.139$$

$$S\hat{Y} = \sqrt{S\hat{Y}}$$

$$= \sqrt{6.139} = 2.478$$

من أجل الحصول على فترة تنبؤ باحتمال ثقة 95% أي مستوى معنوية 5% فإن (t) الجدولية (0.025) وبدرجات حرية 8 هي (2.31).

الحد الأعلى لفترة التنبؤ هي:

$$Y_{f2011} = Y_{f2011} + (t\ table\ 0.025)(S\hat{Y}_{2011})$$

$$=38 + (2.31)(2.478)$$

$$=38 + 5.724$$

$$=43.75$$

الحد الأدنى لفترة التنبؤ هي:

$$Y_{f2011} = Y_{f2011} + (t\ table\ 0.025)(S\hat{Y}_{2011})$$

$$= 38 - (2.31)(2.478)$$

$$= 38 - 5.724$$

$$= 32.28$$

هذا يعني أن القيمة الحقيقية ستكون بين الحد الأعلى (43.75) والحد الأدنى (32.28) باحتمالية ثقة 95%، بمعنى آخر أن القيمة المتنبأ بها للإنفاق الاستهلاكي $(\hat{y})$ عام (2011) هي تساوي 38 أو قريبة منها

باحتمالية تصل إلى 95% وأن هناك 5% احتمالية أن تكون هـذه القيمـة خـارج الحـدين الأعـلى والأدنى.

2-1-2: التنبؤ باعتماد نموذج انحدار خطي بـأكثر من معادلة

إن النماذج التي تحتوي على أكثر من معادلة واحدة تتضمن متغيرات داخلية وخارجيـة، وقد يحدث تغيرات في بعض المتغيرات بأكثر من معادلة واحدة مما يتطلب القيـام بـالتنبؤ بـأكثر من معادلة.

مثال4: افترض لدينا نموذج دخل قومي مقدر خلال المدة (2006-2015) كالآتي:

$$\hat{y}_t = \hat{c}_t + \hat{I}_t + E_t$$

$$\hat{c}_t = 25 + 0.6\, y_t$$

$$\hat{I}_t = 4 + 0.2\, y_t + 0.5\, y_{t-1}$$

عندما:

$\hat{y}_t$: يمثل الدخل الكلي.

$\hat{C}_t$: يمثل الاستهلاك الكلي.

$\hat{I}_t$: يمثل الاستثمار الكلي.

E_t: يمثل الإنفاق الكلي.

Y_{t-1}: يمثل الدخل الكلي للسنة السابقة.

فإذا علمت أن:

$Y_{t-1} = y_{2015} = 140$

$E_t = E_{2016} = 15$

المطلوب:

التنبؤ بالقيم المتوقعة C_t, Y_t, I_t لعام (2016)؟

الحل:

$$\hat{c}_t = 25 + 0.6y_t \qquad \text{..........} (1)$$

$$\hat{I}_t = 4 + 0.2y_t + 0.5\ y_{t-1}$$

$$= 4 + 0.2\ y_t + 0.5\ (140)$$

$$= 70 + 0.2\ y_t \qquad \text{..........}(2)$$

$$\hat{y}_t = \hat{c}_t + \hat{I}_t + 15 \qquad \text{..........}(3)$$

نعوض المعادلتين (1) و (2) في المعادلة (3) للحصول على القيمة التنبؤية للدخل الكلي عام 2016.

$$\therefore \hat{y}_t = 25 + 0.6\ y_t + 70 + 0.2y_t + 15$$

$$\hat{y}_t = 110 + 0.8\ y_t$$

$$110 = \hat{y}_t - 0.8y_t$$

$$0.2y_t = 110$$

$$\therefore \hat{y}_t = \frac{110}{0.2} = 550$$

نعوض في المعادلة (1) للحصول على القيمة التنبؤية للاستهلاك الكلي عام 2016.

$$\hat{c}_t = 25 + 0.6\ y_t$$

$$= 25 + 0.6\ (550)$$

$$= 25 + 330 = 355$$

للحصول على القيمة التنبؤية للاستثمار الكلي عام 2016 نعوض في المعادلة (2)

$$\hat{I}_t = 70 + 0.2\ y_t$$

$$= 70 + 0.2\ (550)$$

$$= 70 + 110 = 180$$

2-1-3: التنبؤ باعتماد نموذج انحدار خطي متعدد

أية ظاهرة اقتصادية يؤثر عليها عادة أكثر من متغير واحد، كأن يكون اثنان أو ثلاثة أو أكثر، ويفترض في مرحلة توصف النموذج وقبل تقديره تحديد تلك المتغيرات الاقتصادية المستقلة التي تؤثر على الظاهرة، كما في الدالة الآتية:

$Y_i = f(x_{ij})$

عندما:

Y_i يمثل المتغير التابع (الظاهرة المدروسة).

X_{ij} يمثل المتغيرات المستقلة.

i يمثل عدد المشاهدات 1 و2 ......n

j يمثل عدد المتغيرات المستقلة 1 و2 .....k

والتي يمكن تحويلها إلى صيغة خطية كالآتي:

$$Y_i = B_o + B_1X_{1i} + B_2X_{2i} + \ldots\ldots\ldots\ldots + B_k X_{ki} + ui$$

عندما:

Ui: يمثل المتغير العشوائي.

من أجل التنبؤ بقيمة المتغير التابع في المستقبل (y_o) عندما يكون لدينا متغير تابع يتأثر بمتغيرين مستقلين مثل (x_1) و(x_2) يتطلب الأمر أولاً تقدير معلمات النموذج $(\hat{B}_1$ و $\hat{B}_2$ و $\hat{B}_0)$ بناءً على مشاهدات المتغيرات لمدة كافية سابقاً ومن ثم التنبؤ بقيمة المتغير التابع، وثانياً تقدير الخطأ المعياري $(S\hat{Y}_0)$ بعد إيجاد التباين $(^2S\hat{Y}_0)$ وباستخدام (t) الجدولية بمستوى معنوية معين.

مثال5: البيانات في الجدول التالي لمتغير تابع (Y_t) يمثل متوسط الإنفاق الاستهلاكي الأسري يتأثر بمتغير مستقل (X_1) يمثل متوسط دخل الأسرة، ومتغير مستقل (X_2) يمثل متوسط الإنفاق الاستهلاكي الأسري للسنة السابقة (ألف دولار) من خلال (10) مشاهدات.

Y_t	4	5	7	8	10	11	13	13	14	15
X_1	6	8	9	11	13	15	16	18	21	23
X_2	3	4	6	8	9	11	11	12	13	13

المطلوب:

التنبؤ بمتوسط الإنفاق الاستهلاكي للأسرة $(\widehat{Y}_0 F)$ إذا علمت أن متوسط دخل الأسرة (X_1) سيبلغ (22) ألف دولار في سنة الهدف، ومتوسط الإنفاق الاستهلاكي الأسري (X_2) للسنة السابقة هو (12) ألف دولار.

الحل:

Y_t	X_1	X_2	y	x_1	x_2	x_1y	x_2y	x_1x_2	x^2_1	x^2_2	y^2
4	6	3	-6	-8	-6	48	36	48	64	36	36
5	8	4	-5	-6	-5	30	25	30	36	25	25
7	9	6	-3	-5	-3	15	9	15	25	9	9
8	11	8	-2	-3	-1	6	2	3	9	1	4
10	13	9	0	-1	0	0	0	0	1	0	0
11	15	11	1	1	2	1	2	2	1	4	1
13	16	11	3	2	2	6	6	4	4	4	9
13	18	12	3	4	3	12	19	12	16	9	9
14	21	13	4	7	4	28	16	28	49	16	16
15	23	13	5	9	4	45	20	36	81	16	25
100	140	90	0	0	0	191	125	178	286	120	134

$$\bar{Y} = \frac{\sum Y_t}{n}$$

$$= \frac{100}{10} = 10$$

$$\bar{X}_1 = \frac{\sum x_1}{n}$$

$$= \frac{140}{10} = 14$$

$$\bar{X}_2 = \frac{\sum X_2}{n}$$

$$= \frac{90}{10} = 9$$

$$\hat{B}_1 = \frac{(\sum yx_1)(\sum x_2^2) - (\sum yx_2)(\sum x_1x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2}$$

$$= \frac{(191)(120) - (125)(178)}{(286)(120) - (178)^2}$$

$$= \frac{22920 - 22250}{34320 - 31684}$$

$$= \frac{670}{2636} = 0.254$$

$$\hat{B}_2 = \frac{(\sum yx_2)(\sum x_1^2) - (\sum yx_1)(\sum x_1x_2)}{(\sum x_1^2)(\sum x_2^2) - (\sum x_1x_2)^2}$$

$$= \frac{(125)(286) - (191)(178)}{(286)(120) - (178)^2}$$

$$= \frac{1752}{2636} = 0.665$$

$$\hat{B}_0 = \bar{Y} - (\hat{B}_1\bar{X}_1 + \hat{B}_2\bar{X}_2)$$

$$= 10 - [(0.254)(14) + (0.665)(9)]$$

$$= 10 - (3.556 + 5.985)$$

$$= 10 - 9.541 = 0.459$$

$$\therefore\ \hat{Y} = 0.459 + 0.254\, X_1 + 0.665\, X_2$$

لغرض معرفة المعنوية الإحصائية للعلاقة التي تربط بين متغيرات النموذج نقدر معامل التحديد (R^2) كالآتي:

$$R^2 = \frac{\hat{B}_1 \sum x_1 y + \hat{B}_2 \sum X_2 y}{\sum y^2}$$

$$= \frac{(0.254)(191) + (0.665)(125)}{134}$$

$$= \frac{48.514 + 83.125}{134}$$

$$= \frac{131.639}{134} = 0.98$$

$$\therefore\ \hat{Y}_0F = 0.459 + 0.254\,(22) + 0.665\,(12)$$

$$= 0.459 + 5.588 + 7.98 = 14.027$$

للحصول على تباين المتغير المتنبأ به $({}^{2}S\hat{y}of)$ يتطلب الأمر تقدير الخطأ المعياري للمتغير العشوائي $({}^{2}Sei)$ كالآتي:

$${}^{2}Sei = \frac{\sum ei^2}{n-k-1} = \frac{\sum y_i^2 - (\hat{B}_1 \sum x_1 y + \hat{B}_2 \sum x_2 y)}{n-k-1}$$

$$= \frac{134-131.639}{10-2-1}$$

$$= \frac{2.361}{7} = 0.3373$$

$${}^{2}S\hat{Y}_0F = {}^{2}Sei \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_0-\bar{X})^2}{\sum x_i^2}\right]$$

$$= 0.3373 \left[1 + \frac{1}{10} + \frac{(22-14)^2}{286}\right]$$

$$=0.3373\ (1.1+ 0.22378)$$

$$=0.3373\ (1.32378) = 0.4465$$

$$S\hat{Y}_0F = \sqrt{{}^{2}S\hat{Y}_0F}$$

$$= \sqrt{0.4465} = 0.6682$$

الحد الأعلى لفترة التنبؤ هي:

$$Y_0 = \hat{Y}_0F + (t\ table\,\frac{\lambda}{2})(S\hat{Y}_0F)$$

$$= 14.027 + (2.365)(0.6682)$$

$$= 14.027 + 1.5803 = 15.6073$$

الحد الأدنى لفترة التنبؤ هي:

$$Y_0 = \hat{Y}_0F - (t\ table\,\frac{\lambda}{2})(S\hat{Y}_0F)$$

$= 14.027 - (2.365)(0.6682)$
$= 14.027 - 1.5803 = 12.4467$

هذا يعني أن هناك احتمالية 95% أن تقع قيمة متوسط الإنفاق الاستهلاكي للأسرة المتنبأ بها بين الحد الأعلى والحد الأدنى.

2-1-4: التنبؤ باعتماد نموذج انحدار لا خطي

نادراً ما تأخذ العلاقة بين المتغيرات للظواهر الاقتصادية الدالة الخطية، فمثلاً يكون الاتجاه العام لكثير من الظواهر على شكل دالة لا خطية كأن تكون أسية تأخذ الصيغة الآتية:

$$Y_i = B_0 B_i^{Ti} U_i$$

نقدر أولاً معلمات هذا النموذج وذلك بتحويله إلى صيغة خطية بأخذ اللوغاريتم لطرفيه.

$$LogY_i = LogB_0 + TiLogB_i + LogU_i$$

عندما:

Y_i: يمثل المتغير التابع.

B_0: يمثل الحد الثابت.

B_1: يمثل معامل الزمن.

T_i: يمثل الزمن.

U_i: يمثل المتغير العشوائي وفروضه هي:

$$LogU_i \sim N\,(0\ ,\ {}^2\sigma u)$$

ثم يتم التنبؤ بقيمة المتغير التابع (Y_{oF}) بناءً على مستوى معنوية معين وبعد حساب تباين التنبؤ:

$$^2S\hat{Y}_0F = \ ^2Se\left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(T_0 - \bar{T})^2}{\sum t^2}\right]$$

عندما:

$$^2Se = \frac{\sum(Logy_i)^2 - Log_{B_i}^2 \sum(Logt_i^2)}{n-k-1}$$

ومن ثم الخطأ المعياري للمتغير التابع:

$$^2S\hat{Y}_oF = \sqrt{^2S\hat{Y}_oF}$$

يتم تطبيق الصيغة التنبؤية الآتية:

$$Y_0 = \hat{Y}_0F \mp (t\ table \frac{\lambda}{2})(S\hat{Y}_0F)$$

مثال6: البيانات في الجدول ادناه تمثل قيم الإنتاج (yi) كمتغير تابع يتأثر بعامل الزمن (Ti) كمتغير مستقل من خلال (10) مشاهدات للمدة (2005-2014).

Yi	81.8	101.1	107.7	129.2	445.7	592.6	681.0	749.9	773.0	1040.0
Ti	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

المطلوب: التنبؤ بقيمة الإنتاج عندما To = 11 وفقاً لصيغة الاتجاه العام التالية:

$$Y_i = B_0 B_i^{Ti} U_i$$

الحل:

نحول الصيغة الأسية أعلاه إلى صيغة خطية بأخذ اللوغاريتم لطرفها كالآتي:

$$LogY_i = LogB_0 + B_1 LogT_i + LogU_i$$

نعمل الجدول الآتي لغرض تقدير حول نقطة الأصل باعتماد اللوغاريتم للمتغير التابع (Log Y) في حين يأخذ المتغير المستقل القيم الأصلية بدون لوغاريتم.

Ti	Yi	T^2	$Y^*_{(LogY)}$	ti	$^*yi$	ti^2	tiy_i^*	$\overset{*2}{y_i}$	$Logt_i^2$
1	81.8	1	1.9128	-4.5	-0.5968	20.25	2.6856	0.35617	1.3064
2	101.1	4	2.0048	-3.5	-0.5048	12.25	1.7668	0.25482	1.0881
3	107.7	9	2.0322	-2.5	-0.4774	6.25	1.1935	0.22791	0.7959
4	129.2	16	2.1113	-1.5	-0.3983	2.25	0.5975	0.15864	0.3522
5	445.7	25	2.6490	-0.5	0.1394	0.25	-0.0697	0.01943	-0.6021
6	592.6	36	2.7728	0.5	0.2632	0.25	0.1316	0.06927	-0.6021
7	681.1	49	2.8332	1.5	0.3236	2.25	0.4854	0.10472	0.3522
8	749.9	64	2.8750	2.5	0.3654	6.25	0.9135	0.13352	0.7959
9	733.5	81	2.8882	3.5	0.3786	12.25	1.3251	0.14333	1.0881
10	1040.0	100	3.0170	4.5	0.5074	20.25	2.2833	0.25745	1.3064
55	4702.1	385	25.0963	0	0	82.5	11.3126	1.72526	5.881

$$\bar{T} = \frac{\sum T_i}{n}$$

$$= \frac{55}{10} = 5.5$$

$$\bar{\overset{*}{Y}} = \frac{\sum \overset{*}{Y}}{n}$$

$$= \frac{25.0963}{10} = 2.5063$$

$$\hat{B}_1 = \frac{\sum t_i \overset{*}{Y_i}}{\sum t_i^2}$$

$$= \frac{11.3126}{82.5} = 0.1371224$$

$$\hat{B}_0 = \bar{\overset{*}{y}} - \hat{B}_1 \bar{t}_i$$

$= 2.5096 - (0.1371224)(5.5)$

$= 2.5096 - 0.7541732 = 1.7554268$

$\therefore \text{Log } Y_i = 1.75543 + 0.13712\ T_i$

$$\therefore \text{Log } Y_{of2015} = 1.75543 + 0.13712\ (11)$$
$$= 1.75543 + 1.5832 = 3.26375$$
$$\therefore\ \hat{Y}_{of2015} = \text{Anti - Log } (3.26375) = 1838$$

$$^{2}Sei = \frac{\sum(Logy_i)^2 - LogB_i \sum\left(Log\ ^{2}_{t_i}\right)}{n-k-1}$$
$$= \frac{0.23685-(-0.86289)(5.881)}{8}$$
$$= \frac{0.23685+5.07466}{8}$$
$$= \frac{5.31151}{8} = 0.66394$$

$$^{2}S\hat{Y}_0F = \ ^{2}Sei\ \left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(T_0 - \bar{T})^2}{\sum t^2}\right]$$
$$= 0.66394\ \left[1 + \frac{1}{10} + \frac{(11-5.5)^2}{82.5}\right]$$
$$= 0.66394\ (1.1 + 0.36667)$$
$$= 0.66394\ (0.40334) = 0.26779$$

$$S\hat{Y}_0F = \sqrt{^{2}S\hat{Y}_0F}$$
$$= \sqrt{0.26779} = 0.51748$$

الحد الأعلى لفترة التنبؤ:

$$Y_0 = \hat{Y}_0F + (t\ table\frac{\lambda}{2})(S\hat{Y}_0F)$$
$$= 1838 + (2.306)(0.51748) = 1839.1933$$

الحد الأدنى لفترة التنبؤ:

$$Y_0 = \hat{Y}_0F - (t\ table\frac{\lambda}{2})(S\hat{Y}_0F)$$
$$= 1838 - (2.306)(0.51748) = 1836.807$$

2-2: التنبؤ المعتمد على السلاسل الزمنية

تمثل السلسلة الزمنية مجموعة قيم أو مشاهدات لظاهرة اقتصادية خلال فترة زمنية، والعلاقة التي تؤخذ في هذه الحالة تربط بين متغيرين الأول يمثل الزمن، وهو المتغير المستقل (x) والثاني قيمة الظاهرة المدروسة وهي المتغير التابع (y) كما في الدالة الآتية:

$$Y_i = f(xi)$$

وقد تكون الفترة الزمنية سنة تؤخذ كل مشاهدة لشهر واحد، أو (10) سنوات مثلاً تؤخذ كل مشاهدة لسنة واحدة، وهناك عدة طرق لإجراء التنبؤ باعتماد السلاسل الزمنية منها طريقة الأوساط المتحركة وطريقة التمهيد الأسي (التنقية الأسية).

2-2-1: التنبؤ بطريقة الأوساط المتحركة

تعرف الأوساط المتحركة على أنها الوسط الحسابي لقيم الظاهرة المدروسة، ويمكن أن يكون المدى الزمني للأوساط المتحركة (3) وحدات زمنية وبذلك يسمى الوسط الحسابي بالوسط المتحرك لفترة ثلاث وحدت زمنية وهكذا عندما يكون المدى الزمني (4) وحدات زمنية.

قد تأخذ مشاهدات الظاهرة المدروسة أوزانًا متساوية لطول الفترة المدروسة، لذلك فإن كافة الأوساط المتحركة تمتلك نفس الأوزان كما أن هذه الطريقة تجعلنا نفقد عدد من مشاهدات الظاهرة فكلما زاد المدى الزمني لحساب المتوسط فقدنا مشاهدات أكثر، لكننا في نفس الوقت حصلنا على تنبؤ أفضل لقيم الظاهرة المدروسة، ويمكن المفاضلة بين المتوسطات المتحركة وأيهم يعطي تنبؤ أفضل من الآخر يمكن اعتماد متوسط مجموع الخطأ المطلق ومقارنته للأوساط المختلفة فأيهم أصغر هو الأفضل.

إن الصيغة التالية يمكن استخدامها في عملية التنبؤ للظاهرة قيد الدراسة:

$$F_{t+1} = \frac{X_t + X_{t+1} + \cdots + X_{t-n+1}}{n}$$

عندما:

F_{t+1}: يمثل قيمة الظاهرة المتنبأ بها خلال الفترة t+1

X_t: يمثل قيمة الظاهرة الحقيقية في الفترة t.

n: يمثل عدد قيم الظاهرة في المتوسط (المدى الزمني).

مثال7: البيانات التالية تمثل سلسلة زمنية لـ(12) شهر للكميات المطلوبة من سلعة معينـة كـما في الجدول:

ك1	ت2	ت1	أيلول	آب	تموز	حزيران	مايس	نيسان	آذار	شباط	ك2	**الشهر**
170	180	160	140	135	130	120	220	115	110	100	150	**الكمية**

المطلوب:

التنبؤ بمتوسط متحرك لثلاثة أشهر ولخمسة أشهر؟ وبين أي من التنبؤين أفضل المعتمد على متوسط متحرك ثلاثة أشهر (الأقصر) أم المعتمد عـلى متوسـط خمسـة أشـهر (الأطـول) مـن خلال استخدام مؤشر متوسط مجموع الخطأ المطلق.

الحل:

$$F_{t+1} = \frac{X_t + X_{t+1} + \cdots + X_{t-n+1}}{n}$$

أولاً: التنبؤ بمتوسط متحرك لثلاث أشهر

$$F_{3+1} = F_4 = \frac{150+100+110}{3} = \frac{360}{3} = 120$$

$$F_{3+2} = F_5 = \frac{100+110+115}{3} = \frac{325}{3} = 108$$

$$F_{3+3} = F_6 = \frac{110+115+220}{3} = \frac{445}{3} = 148$$

\ \

\ \

\ \

$$F_{3+9} = F_{12} = \frac{160+180+170}{3} = \frac{510}{3} = 170$$

الشهر	الفترة	الكمية المطلوبة	التنبؤ باستخدام متوسط متحرك (3) أشهر	الخطأ	الخطأ المطلق
ك2	1	150	-	-	-
شباط	2	100	-	-	-
أذار	3	110	-	-	-
نيسان	4	115	120	-5	5
مايس	5	220	108	112	112
حزيران	6	120	148	-28	28
تموز	7	130	152	-22	22
آب	8	135	157	-22	22
أيلول	9	140	128	12	12
ت1	10	160	135	25	25
ت2	11	180	145	35	35
ك1	12	170	160	10	10
المجموع					271
المتوسط					30.11

ثانياً: التنبؤ بمتوسط متحرك لخمسة أشهر:

$$F_{5+1} = F_6 = \frac{150+100+110+220}{5} = \frac{695}{5} = 139$$

$$F_{5+2} = F_7 = \frac{100+110+115+220+120}{5} = \frac{665}{5} = 133$$

$$F_{5+3} = F_8 = \frac{110+115+220+120+130}{5} = \frac{695}{5} = 139$$

/ /

/ /

/ /

$$F_{5+7} = F_{12} = \frac{135+140+160+180+170}{5} = \frac{785}{5} = 157$$

الشهر	الفترة	الكمية المطلوبة	التنبؤ باستخدام متوسط متحرك (5) أشهر	الخطأ	الخطأ المطلق
ك2	1	150	-	-	-
شباط	2	100	-	-	-
أذار	3	110	-	-	-
نيسان	4	115	-	-	-
مايس	5	220	-	-	-
حزيران	6	120	139	-19	19
تموز	7	130	133	-3	3
آب	8	135	139	-4	4
أيلول	9	140	144	-4	4
ت1	10	160	149	11	11
ت2	11	180	137	43	43
ك1	12	170	149	21	21
المجموع					105
المتوسط					15

يلاحظ أن متوسط مجموع الخطأ المطلق في التنبؤ المعتمد على متوسط متحرك لثلاث أشهر (30.11) أكبر من متوسط مجموع الخطأ المطلق في التنبؤ المعتمد على متوسط متحرك لخمسة أشهر (15) لذا يمكن القول أن المتوسط المتحرك لخمسة أشهر يعطي تنبؤ أفضل من المتوسط المتحرك لخمسة أشهر، أضف إلى ذلك أن المشاهدات المتنبأ بها باستخدام متوسط متحرك (5) أشهر كانت أكثر سلاسة حيث يتبين أن الفرق بين أكبر قيمة للمشاهدات (149) وأصغر قيمة للمشاهدات (133) هو (16) وهو أقل

كثيراً باستخدام متوسط متحرك (3) حيث كان الفرق بين أكبر قيمة للمشاهدات (160) وأصغر قيمة للمشاهدات (108) هو (52).

يلاحظ من خلال المثال أعلاه أن الكميات المطلوبة من السلعة أخذت نفس الوزن خلال أشهر السنة، في حين قد يكون هناك اختلاف في الطلب على السلعة بين شهر وآخر وحسب نوع الطلب على هذه السلعة أو أهميتها في الشهر قياساً بشهر آخر، لذا توضع أوزان موجبة لقيم الظاهرة الموزونة حسب أهميتها، وإن هذه الأوزان تختلف من سلعة لأخرى ومن فترة لأخرى للسلعة نفسها، فمثلاً التنبؤ المعتمد على وسط متحرك موزون بأربعة أشهر ممكن أن يكتب بالشكل الآتي:

$$F_{t+1} = \frac{2X_1 + X_2 + 3X_3 + 5X_4}{2+1+3+5}$$

يلاحظ من الوسط المتحرك الموزون أعلاه أنه يعطي وزناً أكبر للشهر الرابع (X4) بينما يكون أقل وزن معطى للشهر الثاني (X2).

2-2-2: التنبؤ بطريقة التمهيد الأسي

تعتبر هذه الطريقة أكثر علمية في عملية التنبؤ قياساً بالطريقة السابقة، وهي أسلوب إحصائي يتم من خلاله تجاوز مشكلة اختبار المدى الزمني للأوساط المتحركة وكذلك أوزان هذه الأوساط، وبهذه الطريقة نحصل على مشاهدات ممهدة أكثر سلاسة قياساً بطريقة الأوساط المتحركة ووفق الصيغة الآتية:

$$\begin{aligned} F_{t+1} &= \frac{X_t}{n} - \frac{F_t}{n} + F_t \\ &= \frac{1}{n}X_t + \left(1 - \frac{1}{n}\right)F_t \\ &= aX_t + (1-a)F_t \\ &= aX_t + F_t - aF_t \\ &= F_t + a(X_t - F_t) \end{aligned}$$

عندما:

F_{t+1}: يمثل القيمة التنبؤية للظاهرة في الفترة t+1.

X_t: يمثل القيمة الحقيقية في الفترة (t-1).

F_t: يمثل التنبؤ السابق للظاهرة.

a: يمثل مستوى وزن مشاهدات الظاهرة.

حيث أن:

$a = \frac{1}{n}$ عندما $0 < a < 1$

n: يمثل عدد قيم الظاهرة، وكلما كان العدد اكبر أصبحت a صغيرة.

مثال8: اعتماد بيانات المثال (7) عن الكميات المطلوبة من سلعة خلال فترة (12) شهر كما في الجدول الآتي:

الشهر	ك2	شباط	آذار	نيسان	مايس	حزيران	تموز	آب	أيلول	ت1	ت2	ك1
الفترة الزمنية	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
الكمية المطلوبة	150	100	110	115	220	120	130	135	140	160	180	170

المطلوب:

التنبؤ بقيم الكميات المطلوبة مستخدماً طريقة التمهيد الأسي وفقاً لثلاث مستويات أوزان من قيم a عندما:

$a = 0.1$

$a = 0.5$

$a = 0.9$

مبيناً أي المستويات يعطي تنبؤات أكثر دقة استناداً إلى معيار متوسط مجموع مربعات الخطأ.

الحل:

أولاً: التنبؤ عندما $a = 0.1$

$$F_{t+1} = F_t + a\ (X_t - F_t)$$

كون التنبؤ السابق للظاهرة (F_t) غير موجود للشهر الأول تعتمد القيمـة الأولى لإجـراء التنبؤ.

$F_1 = ----$

$F_2 = 150$

$F_3 = 150 + 0.1\ (100 - 150)$

$= 150 - 5 = 145$

$F_4 = 145 + 0.1\ (110 - 145)$

$= 145 - 3.5 = 142$

$F_5 = 142 + 0.1\ (115 - 142)$

$= 142 - 2.7 = 139$

$F_6 = 139 + 0.1\ (220 - 139)$

$= 139 + 8.1 = 147$

/ /

/ /

/ /

$F_{12} = 144 + 0.1\ (180 - 144)$

$= 144 + 3.6 = 148$

يتم تفريغ النتائج المتحصل عليها في جدول مع حساب مربعات الخطأ كالآتي:

الشهر	الفترة الزمنية	الكميات المطلوبة	التنبؤ عندما a = 0.1	الخطأ	الخطأ المطلق	مربعات الخطأ
ك2	1	150	-	-	-	-
شباط	2	100	150	-50	50	2500
أذار	3	110	145	-35	35	1225
نيسان	4	115	142	-27	27	729
مارس	5	220	139	81	81	6561
حزيران	6	120	147	-27	27	729
تموز	7	130	144	-14	14	196
آب	8	135	143	-8	8	64
أيلول	9	140	142	-2	2	4
ت1	10	160	142	18	18	324
ت2	11	180	144	36	36	1296
ك1	12	170	148	22	22	484
المجموع						14112
المتوسط						1283

ثانياً: التنبؤ عندما a = 0.5

$F_1 = ---$

$F_2 = 150$

$F_3 = 150 + 0.5\ (100 - 150)$

$= 150 - 25 = 125$

$F_4 = 125 + 0.5\ (110 - 125)$

$= 125 - 7.5 = 118$

$F_5 = 118 + 0.5\ (115 - 118)$

$= 118 - 1.5 = 116$

$F_6 = 116 + 0.5\ (220 - 116)$

$= 116 + 52 = 168$

/ /

/ /

/ /

$F_{12} = 149 + 0.5\ (180 - 149)$

$= 149 + 0.6 = 165$

تفرع النتائج في الجدول أدناه مع حساب مربعات الخطأ كالآتي:

الشهر	الفترة الزمنية	الكميات المطلوبة	التنبؤ عندما **a = 0.5**	الخطأ	الخطأ المطلق	مربعات الخطأ
ك2	1	150	-	-	-	-
شباط	2	100	150	-50	50	2500
أذار	3	110	125	-15	15	225
نيسان	4	115	118	-3	3	9
مارس	5	220	116	104	104	10816
حزيران	6	120	168	-48	48	2304
تموز	7	130	144	-14	14	196
آب	8	135	137	-2	2	4
أيلول	9	140	136	4	4	16
ت1	10	160	138	22	22	484
ت2	11	180	149	31	31	961
ك1	12	170	165	5	5	25
المجموع						17540
المتوسط						1595

ثالثاً: التنبؤ عندما $a = 0.9$

$F_1 = ---$

$F_2 = 150$

$F_3 = 150 + 0.9\ (100 - 150)$

$= 150 - 45 = 105$

$F_4 = 105 + 0.9\ (110 - 105)$

$= 105 - 4.5 = 110$

$F_5 = 110 + 0.9\ (115 - 110)$

$= 110 - 4.5 = 115$

$F_6 = 115 + 0.9\ (220 - 115)$

$= 115 + 94.5 = 210$

/ /

/ /

/ /

$F_{12} = 158 + 0.9\ (180 - 158)$

$= 158 + 20 = 178$

نعمل الجدول أدناه وفرع البيانات المحسوبة كالآتي:

الشهر	الفترة الزمنية	الكميات المطلوبة	التنبؤ عندما a = 0.9	الخطأ	الخطأ المطلق	مربعات الخطأ
ك2	1	150	-	-	-	-
شباط	2	100	150	-50	50	2500
أذار	3	110	105	5	5	25
نيسان	4	115	110	5	5	25
مارس	5	220	115	105	105	11025
حزيران	6	120	210	-90	90	8100
تموز	7	130	129	1	1	1

آب	8	135	130	5	5	25
أيلول	9	140	135	5	5	25
ت1	10	160	140	20	20	400
ت2	11	180	158	22	22	484
ك1	12	170	178	-8	8	64
المجموع						22674
المتوسط						2061

يلاحظ من مقارنة أولية بين تنبؤات التمهيد الأسي لثلاث اختيارات من الأوزان أن التنبؤات المستندة على قيمة a = 0.1 الصغيرة تكون أكثر دقة وسلاسة من التنبؤات المستندة على قيمة(a) أكبر، وذلك لكون متوسط مربعات الخطأ عند استخدام a = 0.1 هو (1283) أقل من المستوى الثاني a = 0.5 الذي بلغ (1578) وكذلك أقل من المستوى الآخر a = 0.9 الذي بلغ (2016)، وهذا يدل أنه لكما انخفض وزن المشاهدات كانت البيانات المتنبأ بها أكثر سلاسة ونعومة من سواها، وهذا أيضاً يعزز دقة التنبؤات التي يتم الحصول عليها بطريقة التمهيد الأسي وبالتالي تطابقها مع الكميات المطلوبة الحقيقية.

2-3: اختبارات القوة التنبؤية

عند تقدير النموذج سواء كان خطي أو لا خطي بسيط، أو متعدد يتم اختبار هذا النموذج بالاختبارات الإحصائية والقياسية ومنها اختبار المعنوية الإحصائية للمعلمات المقدرة بواسطة اختبار (t) أو اختبار المعنوية الإحصائية الكلية للنموذج باختبار (f) وكذلك اختبار معامل التحديد (R^2)، فيتبين من هذه الاختبارات أن النموذج ذو معولية إحصائية عالية، إلا أن هذا النموذج وبالرغم من تلك الاختبارات الإيجابية قد لا يكون ذو قدرة كافية للتنبؤ لأسباب كثيرة تتعلق بتركيب النموذج أو حدوث تغيرات مفاجئة غير متوقعة،

لذلك ينبغي اجراء اختبار للنموذج لمعرفة مدى صلاحيته للتنبؤ المستقبلي، والوقوف على قوته التنبؤية.

هناك جملة من الاختبارات في هذا المجال، إلا أن اختباري معنوية الفرق ومعامل عدم التساوي لثيل من أكثر الاختبارات استخداماً لسهولة التطبيق وسرعة الفهم بالرغم من الانتقادات الموجهة للاختبار الأول.

2-3-1: اختبار معنوية الفرق **Difference Significance Test**

يستند هذا الاختبار على فكرة التنبؤ بعد التحقق؛ حيث يتم التحقق من النموذج المقدر على التنبؤ باعتماد قيمة فعلية لمشاهدة معلومة لاحقة للمتغير التابع خارج مشاهدات النموذج المقدر، فإذا تطابقت القيمة هذه مع القيمة المتنبأ بها باستخدام النموذج يمكن القول أن هذا النموذج يمتلك قوة تنبؤية عالية وصالح للاستخدام في عملية التنبؤ لفترة زمنية طويلة لاحقاً، أما إذا كانت القيمة الفعلية للمشاهدة بعيدة عن القيمة المتنبأ بها، فإن هذا النموذج ضعيف في التنبؤ المستقبلي ويجب اختبار فرضيتين هما:

فرضية العدم:

$$\widehat{Y}_F = Y_A$$

التي تعني تساوي القيمة المتنبأ بها للمتغير التابع في النموذج مع القيمة الفعلية للمتغير التابع بعد التحقق، أو أن الفرق بين القيمتين غير جوهري ويمكن اعتماد النموذج المقدر في التنبؤ.

الفرضية البديلة:

$$\widehat{Y}_F \neq Y_A$$

والتي تعني عدم تساوي القيمتين أعلاه وبالتالي يوجد فرق جوهري بينهما.

باعتماد اختبار (t) الذي يأخذ الصيغة الآتية:

$$\hat{t} = \frac{Y_A - Y_F}{S_{YF}}$$

عندما:

Y_A: يمثل القيمة الفعلية للمتغير التابع.

Y_F: يمثل القيمة المتنبأ بها للمتغير التابع.

SY_F: يمثل الخطأ المعياري للقيمة المتنبأ بها للمتغير التابع.

حيث أن:

$$SY_F = \sqrt{^2Sei\left[1 + \frac{1}{n} + \frac{(X_A - \bar{X})^2}{\sum x_i^2}\right]}$$

عندما:

XA يمثل القيمة الفعلية للمتغير المستقل المقابلة للقيمة الفعلية للمتغير التابع YA، ومقارنة قيمة $(\hat{t})$ مع (t) الجدولية بدرجات حرية (n-k-1) ومستوى معنوية كأن يكون (5%) تقبل فرضية العدم أو نرفضها.

- فإذا كانت قيمة $\hat{t} > t$ الجدولية فهذا يعني أننا نقبل بفرضية العدم وبالتالي فإن الفرق بين (Y_A) و (Y_F) غير جوهري ويمكن اعتماد النموذج في التنبؤ.

- أما إذا كانت $\hat{t} < t$ لجدولية، فإننا نقبل بالفرضية البديلة التي تؤشر عدم تساوي القيمتين (Y_A) و (Y_F) وبالتالي هناك فرق معنوي بين القيمتين، ولا يمكن اعتماد النموذج في التنبؤ إلا بعد إجراء معالجات وتعديلات في هذا النموذج مثل زيادة عدد المشاهدات أو إدخال متغيرات مستقلة إضافية في النموذج أو تحويل النموذج من معادلة واحدة إلى نموذج متعدد المعادلات أو حتى إدخال متغيرات وهمية في النموذج، ومن ثم إجراء الاختبار من جديد لمعرفة معنوية الفرق بين القيمتين أعلاه، ومن خلال اختبار (t).

مثال9: باستخدام بيانات مثال (5) المتعلقة بمتوسط الإنفاق الاستهلاكي الأسري كمتغير تابع (y) يتأثر بمتوسط دخل الأسرة (x) كمتغير مستقل خلال المدة (2000-2009) كما في الجدول التالي والنتائج المتحصل عليها:

Y_t	4	5	7	8	10	11	13	13	14	15
X_i	6	8	9	11	13	15	16	18	21	23

فإذا علمت أن القيمة الفعلية للمتغير المستقل (XA) بنسبة (2010) هي (22) والقيمة الفعلية للمتغير التابع (YA) لنفس السنة هي (16).

المطلوب:

اختبر قدرة النموذج المقدر للتنبؤ باعتماد اختبار فرق المعنوية، عندما قيمة (t) الجدولية بمستوى معنوية (5%) هي (1.86).

الحل:

من النتائج التي تم الحصول عليها في المثال (5)، إن الخطأ المعياري للقيمة المتنبأ بها للمتغير التابع هو:

$SY_F = 0.6682$

كما أن القيمة المتنبأ بها للمتغير التابع هي:

$$Y_F = 14.027$$
$$\because \ \hat{t} = \frac{Y_A - Y_F}{SY_F}$$
$$\therefore \ \hat{t} = \frac{16 - 14.027}{0.6682}$$
$$= \frac{1.973}{0.6682} = 2.953$$

$\because$ قيمة $\hat{t}$ (2.953) أكبر من قيمة t الجدولية البالغة (1.86) فهذا يعني أننا نقبل بالفرضية البديلة التي تقر بعدم تساوي القيمتين (Y_A) و (Y_F) وهذا يعني أن هناك فرق معنوي بين القيمتين، ولا يمكن الاعتماد على هذا النموذج في عملية التنبؤ.

2-3-2: اختبار معامل عدم التساوي لثيل

Theil's inequality coefficient

يصنف هذا الاختبار الأفضل إذا قورن باختبار معنوية الفرق وذلك لكون الاختبار الأخير يعتمد على قيمة واحدة متنبأ بها للمتغير التابع (Y_F) كما لاحظنا، أما اختبار معامل عدم التساوي والذي جاء به ثيل فإنه يعتمد على جميع مشاهدات المتغير التابع للظاهرة المدروسة.

إن الصيغة العامة لهذا الاختبار هي:

$$T = \sqrt{\frac{\sum(d_F - d_A)^2}{\sum d_A^2}}$$

عندما:

T: يمثل معامل ثيل.

d_F: يمثل التغير في القيمة المتنبأ بها للمتغير التابع.

d_A: يمثل التغير الفعلي في قيمة المتغير التابع.

فإذا كان $d_A = d_F$ فهذا يعني أن $T = 0$ وبالتالي فإن النموذج المستخدم للتنبؤ له قدرة عالية في التنبؤ.

أما إذا كان d_F = صفر فهذا يعني أن $T = 1$ وهذا يعني لا يوجد تغير متوقع في القيمة المتنبأ بها، وبالتالي لا يصلح النموذج المستخدم في عملية التنبؤ.

إن قيمة T تأخذ قيم تتراوح بين الصفر واللانهاية أي:

$$0 \leq T < \propto$$

فإذا كانت قيمة $t < 1$، فهذا يعني قوة النموذج عالية في التنبؤ.

أما إذا كانت قيمة $t \geq 1$ فإن النموذج غير صالح للعملية التنبؤية.

مثال 10: الجدول أدناه يمثل بيانات للقيمة الفعلية (Y_A) للمتغير التابع وقيمته المتنبأ بها (Y_F) خلال المدة (2000-2010):

السنة	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010
Y_A	20	22	26	29	27	30	33	31	34	36	40
Y_F	18	19	24	27	28	32	31	33	34	37	38

المطلوب:

هل النموذج المقدر والمستخدم في العملية التنبؤية لـه قـدرة عاليـة عـلى التنبـؤ حسـب اختبار معامل عدم التساوي لثيل؟

الحل:

$$T = \sqrt{\frac{\sum(d_F - d_A)^2}{\sum d_A^2}}$$

نعمل الجدول الآتي:

السنة	Y_A	Y_F	التغير الفعلي $d_A = \Delta Y_A$	التغير المتنبأ به $d_F = \Delta Y_F$	$d_F - d_A$	$(d_F - d_A)^2$	d_A^2
2000	20	18	-	-	-	-	-
2001	22	19	2	1	-1	1	4
2002	26	24	4	5	1	1	16
2003	29	27	3	3	0	0	9
2004	27	28	-2	1	3	9	4
2005	30	32	3	4	1	1	9
2006	33	31	3	-1	-4	16	9
2007	31	33	-2	2	4	16	4
2008	34	34	3	1	-2	4	9
2009	36	37	2	3	1	1	4
2010	40	38	4	1	-3	9	16
						58	84

$$\therefore = \sqrt{\frac{84}{58}}$$

$$= \sqrt{0.69} = 0.83$$

يلاحظ أن قيمة $T = 0.83$ وهي أقل من الواحد الصحيح، مما يعني أن النموذج ذو قوة عاليـة للتنبؤ.

4-2: تمارين

1- من خلال العلاقة التي تربط بين المتغير المستقل (x) والمتغير التابع (y) خلال الفـترة -2000) (1991 تم تقدير النموذج الخطي البسيط الآتي:

$Y_t = 270 + 0.95\ X_t$

المطلوب:

باعتماد التنبؤ بنقطة، ما هي القيمـة المتنبـأ بهـا للمتغـير التـابع Y_{t+1} عـام (2001) إذا علمت أن $X_t = 42$ في عام (2000)؟

2- عند إضافة متغير مستقل ثان (X_{t+1}) في التمرين (1) نحصل على نموذج جديد يأخذ الصـيغة الآتية:

$Y_{t+1} = 232 + 0.65\ X_t + 0.21X_{t+1}$

المطلوب:

باعتماد التنبؤ بنقطة تنبأ بقيمة Y_{t+1} عام (2001) إذا كانت $X_{t+1} = 23$؟

3- البيانات في الجدول أدناه، تمثل قيمة الإنتاج من سلعة معينة (X_t) كمتغير مستقل يؤثر على قيمة التكاليف (Y_t) كمتغير تابع (ألف دولار) خلال المدة (2005-2014).

السنة	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014
Y_t	7	9	12	16	21	24	27	29	32	35
X_t	10	12	16	20	26	28	32	36	41	46

المطلوب:

1- تقدير نموذج يربط بين قيمة الإنتاج (X_t) وعامل الزمن (T) وفق الصيغة الآتية:

$$X_t = \widehat{B}_0 + \widehat{B}_1 T + U_t$$

2- تحديد تنبؤ النقطة للتكاليف Y_{t+1} خلال السنوات 2015 و2016؟

3- تحديد تنيؤ الفترة للتكاليف Y_{t+1} لعام (2015) باحتمال ثقة 95%؟

4- الجدول أدناه يربط العلاقة بين متغير تابع (Y_t) يتأثر بمتغير مستقل أول (X_1) ومتغير مستقل ثان (X_2) يمثل التخلف الزمني للمتغير التابع للسنة السابقة (ألف دينار) من خلال (8) مشاهدات:

Y_t	3	5	8	11	15	18	23	27
X_1	4	6	9	13	17	21	28	33
X_2	3	5	7	11	16	18	24	29

المطلوب:

التنبؤ بقيمة المتغير التابع ($\widehat{Y}_{0F}$) إذا علمت ان $X_{1\ =\ 36}$ ألف دولار في سنة الهدف، وأن قيمة (X_2) للسنة السابقة هو (28) ألف دولار؟

5- إذا توفرت لديك بيانات عن الإنتاج كمتغير تابع (Y_i) يتأثر بعامل الزمن (T_i) كمتغير مستقل من خلال (10) مشاهدات للمدة (2001-2010):

Yi	40	47	39	41	51	48	53	59	62	65
Ti	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

المطلوب:

التنبؤ بقيمة الإنتاج عندما $T_o = 13$ وفقاً لصيغة الاتجاه العام الآتية:

$$Y_i = B_0 {B_1}^{T_i} U_i$$

6- إذا توفرت لديك سلسلة زمنية لـ (12) شهراً للكميات المعروضة من سلعة معينة كالآتي:

الشهر	ك2	شباط	أذار	نيسان	مايس	حزيران	تموز	آب	أيلول	ت1	ت2	ك1
الكميات	60	50	54	63	68	74	78	82	86	92	90	96

المطلوب:

التنبؤ بمتوسط متحرك لثلاث أشهر وستة أشهر، مع تبيان أي التنبؤين لأفضل من خلال استخدام مؤشر متوسط مجموع الخطأ؟

7- إذا اعتمدت بيانات التمرين (6):

المطلوب:

التنبؤ بقيم الكميات المطلوبة مستخدماً طريقة التمهيد الأسي وفقاً لثلاث مستويات أوزان من قيم a عندما:

a = 0.1

a = 0.4

a = 0.8

مبيناً أي المستويات يعطي تنبؤات أكثر دقة استناداً إلى معيار متوسط مربعات الخطأ؟

8- باعتماد بيانات قيمة الإنتاج وقيمة التكاليف للمدة (2005-2014) في التمرين (3)، وإذا علمت أن القيمة الفعلية للمتغير المستقل (X_A) عام (2015) هي (48) والقيمة الفعلية للمتغير التابع لنفس السنة (Y_A) هي (36).

المطلوب:

اختبر قوة النموذج المقدر للتنبؤ باعتماد اختبار فرق المعنوية عندما قيمة (t) الجدولية بمستوى معنوية (0.05) هي (1.86)؟

9- إذا توفرت لديك البيانات التالية التي تمثل القيمة الفعلية (Y_A) للمتغير التابع والقيمة المتنبأ بها للمتغير (Y_F) خلال المدة (2003-2012) كما في الجدول:

السنة	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012
yA	8	11	13	18	17	21	24	22	26	30
Yf	4	6	9	8	12	14	18	21	19	23

المطلوب:

هل النموذج المقدر والمستخدم في العملية التنبؤية له قدرة عالية على التنبؤ حسب اختبار معامل عدم التساوي لثيل؟



الفصل الثالث

إحصاءات توزيع الدخل

الفصل الثالث

إحصاءات توزيع الدخل

3-1: نظريات توزيع الدخل الشخصي.

3-1-1: النظريات القائمة على اساس المفهوم القدري.

3-1-2: النظريات القائمة على اساس الاختيار الطوعي.

3-2: المعايير الإحصائية لقياس التفاوت في توزيع الدخل.

3-2-1: معامل جيني.

3-2-2: معامل كوزنتس.

3-2-3: معامل الانحراف المعياري للوغارتمات.

3-2-4: معامل الاختلاف.

3-3: تمارين.

الفصل الثالث

إحصاءات توزيع الدخل

يقصد بإحصاءات توزيع الدخل Income Distribution المعاير الإحصائية التي تقيس التفاوت في توزيع الدخل، والتي تعتمد على طبيعة التوزيعات الدخلية عن طريق مقارنة الفئات المتناظرة مع بعضها البعض خلال مدة محددة، ومقارنة الأهمية النسبية لدخول الفئات ذات الدخل المنخفض مع تلك الأهمية لدخول الفئات ذات الدخل المتوسط والمرتفع وذلك من خلال استخدام طرق قياس مختلفة للوقوف على درجة التفاوت في توزيع الدخول ومنها معامل جيني Gini Coefficient ومعامل كوزنتس Kuznets Coefficient، إضافة للانحراف المعياري للوغاريتمات Standard Deviaton of logarithms ومعامل الاختلاف Coefficient of Variation.

سيتم في هذا الفصل التطرق إلى نظريات توزيع الدخل الشخصي ومن ثم إلى اهم المعايير الإحصائية لقياس التفاوت في توزيع الدخل.

3-1: نظريات توزيع الدخل الشخصي

لقد ظهر عدد كبير من البحوث حول حقائق ونتائج تفاوت الدخل في عام 1960، يضاف إلى هذا أن فترة السبعينات من القرن الماضي شهدت موجة من الاهتمام في نظريات التوزيع الشخصي- والتي تختلف عن نظريات التوزيع الوظيفي التي تعني بتوزيع الدخل حسب عناصر الانتاج- ولكن مع هذا استمر الاختلاف بين الاقتصاديين في وجهات النظر حول اسباب تفاوت الدخل فظهرت نظريات بعضها متعارضة والبعض الآخر مكملة لما سبقها وبعضها صيغت بشكل دقيق وبعضها حددت ولكن بصورة ضعيفة وهكذا، مما ادى إلى بروز مدارس ونظريات متداخلة يمكن ان توضح ضمن صنفين اساسيين هما:

1-1-3: النظريات القائمة على اساس المفهوم القدري

وفقاً لهذه النظريات فإن أي تضييق لفجوة التفاوت لا يمكن ان يستمر طويلاً. وعليه فمن الطبيعي انه لا يوجد هناك من يؤمن بالمساواة التامة، وهذه النظريات هي:

1- **نظرية القدرة: The Ability Theory**

تعد من أقدم نظريات توزيع الدخل، ومفادها أن الاختلافات في انتاجية العاملين وما يترتب عليها من اختلافات في الدخل المكتسب ناتجة عن الاختلافات في قدراتهم العقلية والجسمية.

إن أولى المناقشات التي اهتمت بنظرية القدرة تتعلق بمحددات القدرة حيث اعتبرت كل من الوراثة والبيئة- وعلى الاخص اثناء التطور في مرحلة الطفولة- مصدران اساسيان للقدرة، فقد تبين أن عوامل الجينات توضح جزءاً مهماً للمهارات المدركة. وحسب ما جاء في دراسة جنيسن Jensen فإن الوراثة تسهم في تحديد 80% من قدرات الفرد، في حين كانت نسبة مساهمة البيئة في تطور الذكاء 45% حسب ما ذكره جينكس jencks، إلا أن الجدل حول ذلك لا زال قائماً.

إن المناقشة الثانية تتعلق بأثر القدرة على التعليم، فبالرغم من ان الذكاء المقاس يرتبط ايجابياً مع القدرة التربوية، إلا ان القياسات المقنعة تبقى لاغراض البحث فقط، نظراً لأن القدرات والفرص متداخلتان، وقد ادرك العلماء التربويون أهمية الاثر التعليمي في عملية الكسب المادي، حيث لاحظوا أن حيازة رأس المال البشري الإضافي كالتعليم الرسمي في حياة الفرد، تعتمد وبدرجة كبيرة على راس المال البشري الموروث والذي يعتبر عامل مقنع في توضيح التفاوت الثقافي والدخل.

ويجب أن لا ننسى هنا تأثر جونسون Johnson بالفقر العائلي الدائم لرأس المال الثقافي والذي يأتي عن طريق الوراثة في الريف جنوب الولايات

المتحدة الامريكية، حيث اقترح في كتابه (نظرية توزيع ال دخل) عام 1973 باتخاذ إجراءات تقاعدية ملزمة للفلاحين لكي ينتقلوا إلى كاليفورنيا ليجد اطفالهم الفرص الثقافية المناسبة لكسر طوق الفقر الذي تكبل به اسلافهم.

2- النظرية التصادفية The Stochastic Theory

من النظريات القديمة وهي لا تزال شائعة لحد الآن، وجوهر النظرية أن التفاوت في توزيع الدخل عائد لعوامل الصدفة والفرصة في حياة الفرد، وانه حتى إذا بدأت الأجيال من حالة المساواة التامة في الدخل والثروة، فإن التوزيع المنحرف لمنحنى باريتو يمكن أن يظهر بسبب قوى تصادفية، وأن الفقر يأتي بطريقة عشوائية وليس مقدر على الفرد منذ ولادته، وأن أولاد العوائل الفقيرة يمتلكون نفس فرص النجاح لأي فرد آخر في عملية الكسب والحصول على الدخل حسب ما يذكره ساهوتا Sahota عام 1978 في بحثه توزيع الدخل الشخصي.

إن هذه النظرية فقدت مكانتها أمام النظريات الأخرى، مما حدا بانصار هذه النظرية إلى القيام بمحاولات جديدة لحفظها عن طريق إضافة فرضيات مساعدة لها لكي تتلائم والحقائق الجديدة.

3- نظرية دورة الحياة The life Cycle Theory

لقد لوحظ في المجتمعات الصناعية، ان المكاسب في دورة حياة الفرد تزداد مع ازدياد العمر، ومن ثم تعود وتنخفض عندما يقارب الفرد سن التقاعد. هذه الاختلافات متأتية من تجربة الفرد خلال عمره، إضافة للاختلاف في الفرص وفي التدريب على العمل واستثمار الفرد لذاته، وعليه فمن الطبيعي ان القياس المناسب لتفاوت الدخل، يجب أن يأخذ بنظر الاعتبار دورة الحياة بكاملها وليس فترة محددة منها، إلا أن أتكنسون Atkinson في كتابه (اقتصاديات اللامساواة) عام 1975 انتقد تلك النظرية وقال إذا كانت صحيحة

فإن الأغنياء سيكونون من متوسطي العمر، وهو يـرى أن التفـاوت المـادي موجـود ضـمن نفـس المجموعات العمرية وليس بينها.

2-1-3: النظريات القائمة على اساس الاختيار الطوعي

تؤكد تلك النظريات على أن تقليل التفاوت في الدخول ممكناً عنـدما يتـزامن التعلـيم مع التطور التكنولوجي ويتحقق الاستخدام الكامل، إضافة إلى إمكانيـة تنظـيم الـبرامج والخطـط التنموية التي تخدم الفئات الفقيرة والمتوسطة، ومن هذه النظريات:

1- نظرية الاختيار الشخصي The Individual Choice Theory

تمثل هذه النظريـة النمـوذج المتفائـل لاختلافـات الـدخل، وتقـول ان توزيـع الـدخول المقاسة تتحدد باختيار الشخص بين الفرص التي تقدم له اثناء حياته، وفي هذا المجال يقول شولتز Schultz ان الفقر المقاس هو نتيجة لاختيـار طـوعي، حيـث يختلـف النـاس في تصرفـاتهم تجـاه المخـاطرة، وأن هـذا الاخـتلاف يحـدد الـدخل لمجموعـة محبـي الخطـورة ومتحـاشي الخطـورة، وسيعتمد اتجاه الانحراف لتوزيع الدخول على التفاوت في تقبل المخاطرة.

2- نظرية رأس المال البشري The Human Capital Theory

يمكن العثور على نقاشات عدة في الأدبيات الاقتصادية القديمة، حول العلاقـة بـين راس المال البشري وتوزيع الدخل، فعلى سبيل المثال ذكـر أدم سـمث Adam Smith في كتابـه (ثـروة الأمم) ان الأجور تختلف باختلاف تكاليف تعلم العمل.

يقــول شــولتز، ان الانفــاق المبــاشر عــلى التعلــيم والصــحة والهجــرة الداخلية للحصول على فرص عمل، أفضل أمثلـة واضـحة للاسـتثمار في رأس المـال الـبشري، ويعتقــد ان الاســتثمار الــبشري يعمــل عــلى زيــادة انتاجيــة العمــل وتعزيز القدرة المستقبلية للمكاسب المادية، وان رأس المال البشري ينمـو بشـكل

اسرع من كل من رأس المال المادي أو الانتاج، واقترح بأنه إذا أردنا معدل نمو عال، فإنه يجب أن نزيد من استثمارنا في رأس المال البشري.

ووفقاً لما جاء في دراسات مينسر Mincer ومنها (توزيع دخول العمل) عام 1970، فإن التعليم الرسمي لا يوضح أكثر من (7%) من الاختلافات في المكاسب المادية، وبعد ان أعاد مينسر تحديد استثمارات الفرد في التثقيف والتدريب لتشتمل على التعليم الرسمي والاستثمار بعد الدراسة واعتبرها فترة تدريب، وجد ارتفاعاً في اختلاف المكاسب حيث وصلت إلى (33%). كما بينت تلك النتائج أن نصف التفاوت الكلي للمكاسب المادية الملاحظة يمكن أن تعزى إلى توزيع الاستثمار اثناء وبعد الدراسة.

3- نظرية الميراث The Inheritance Theory

اهتمت هذه النظرية بالدخول غير المتكسبة والملكيات واعتبرتهما أكثر تفاوتاً في التوزيع من الدخول المكتسبة، حيث اعتبرت الميراث المادي (إذا استثنينا الميراث الجنسي والوراثة الحياتية والوراثة الاجتماعية) وبالتالي التراكم الرأسمالي المتأتي منه أكبر مصدر لإدامة ملكية الفرد.

إن أحسن عرض لهذه النظرية هو ما قدمه كالدور Kaldor عام (1960) حيث ذكر بأن الرأسماليين يخلدون مواقعهم الاقتصادية، فكلما ازدادت ثروتهم كلما ازدادت استثماراتهم وتراكمت ارباحهم وادخاراتهم، وأن العاملين يحصلون على الدخول نتيجة للعمل بغية انفاقها وبالتالي لا يدخرون رؤوس أموال بصورة كافية من أجل استثمارها.

وقد تطرقت ميد Meade إلى هذه النظرية واعتبر الثروات محددة بهبات طبيعية اربعة هي التركيب الوراثي، والتعليم والتربية العائلية، والاتصال الاجتماعي، وملكية الميراث نفسها. إضافة إلى عوامل اخرى مرتبطة بهذه الهبات وهي الدخول والادخارات والتراكمات المتأثرة بهذه الهبات. وبين ميد انه يمكن عن طريق سياسة الدول مثل استمرارية فرض الضرائب وتقديم العون

المادي للتعليم والحفاظ على الصحة، أن تحدث تغيرات في توزيـع الـدخل. إلا أنـه عـاد وذكـر أن العامل الأكثر أهمية في التفاوت هو الثروات وبخاصة الملكية الموروثة، وأن القدرة الكبيرة للأغنياء على ادخار نسبة أعلى من دخولهم وبالتالي حصولهم على مردود عالي من الملكيـة تسـبب تفاوتـاً كبيراً في التراكم الرأسمالي.

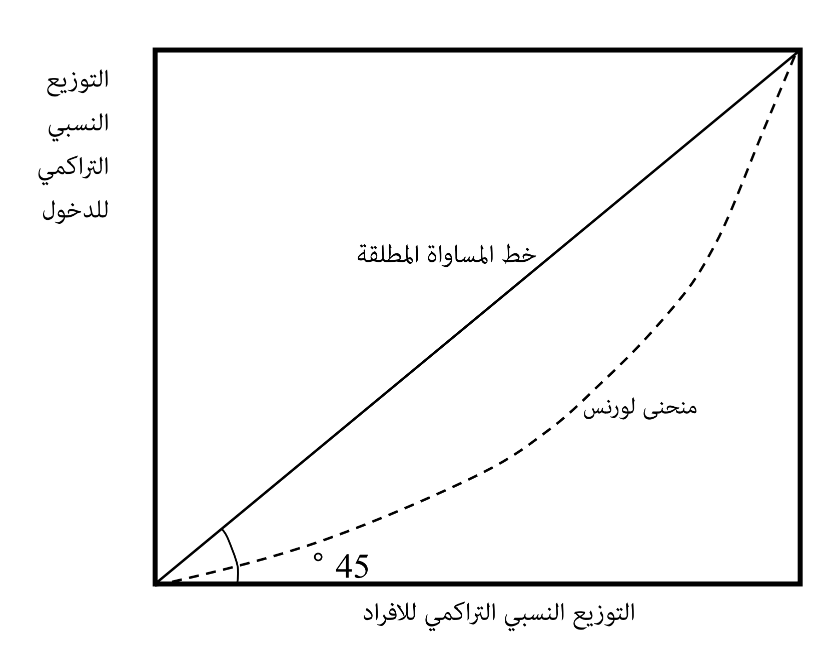
2-3: المعايير الإحصائية لقياس التفاوت في توزيع الدخل

إن معايير القياس التي تم ذكرها سابقاً لا تختلف في حكمها عـلى التوزيعـات المتباينـة للدخول، بانها أكثر أو أقل تفاوتاً فيما بينها، بل تعطي نفس النتـائج. يضـاف إلى ذلـك أن معامـل الاختلاف يكون اكبر من باقي المعايير، كما أن معامل كوزنتس يقع خلف معامل جيني. إن جميع معايير القياس هذه، كلما ارتفعت فإن هذا يدل على وجود تفاوت اعلى في توزيع الدخل.

إن كثيراً من مقاييس التفاوت في توزيع الدخل ومنها معامل جينـي ومعامـل كـوزنتس قائمة اساساً على منحنـى لـورنس Lorenz Curve وان هـذين المعـاملين يعتمـدان عـلى جـداول التوزيع الدخلية المعدلة، لذا فإن معامل جيني الـذي يقـيس التفـاوت سـيكون متـأثراً بالتعـديل الذي يجرى عـلى البيانـات الخـام المسـتخدمة، وبالتـالي سـيكون هنـاك امكانيـة مقارنـة معامـل كوزنتس بمعامل جيني كون معامل كوزنتس هو بالأساس مبني عـلى افـتراض ثبـات حجـم الفئـة النسبي (5%) وبواقع (20) فئة. أي لحساب المعامل نحتاج إلى (20) فئـة ومـدى الفئـة الواحـدة (5%) وهكذا الحال بالنسبة لمعامل جيني المحسـوب مـن معـادلات لـورنس والـذي يبـين درجـة التفاوت أدنى مما هي عليه بسبب أن التوزيعات المعدلة تقلص مـن التفـاوت في الفئـة الدخليـة الدنيا وكذلك الفئة الدخلية العليا من خلال انضمامهما إلى الفئات المجـاورة عنـدما يكونـان اقـل من 5% حجماً.

يقوم منحنى لورنس على التوزيع النسـبي التراكمـي للأفـراد أو الاسر (المحـور الأفقـي) والتوزيع النسبي التراكمي للدخول المناظرة (المحور العمودي) حيث يـتم رسـم منحنـى التوزيـع الفعلي القائم على بيانات التـوزيعين أعـلاه (منحنـى لـورنس) والـذي يقـع اسـفل خـط المسـاواة المطلقة- خط زاوية 45 درجة- كما موضح في الشكل (1).

إن جميع المساحة التي تنحصر تحت خط المساواة المطلقة- الـذي ينطلـق مـن نقطـة الاصل صانعاً مع المحور الافقي زاوية قدرها 45 درجة- هذه المسـاحة= 0.5 وذلـك لأنهـا تشـكل مثلث قائم الزاوية قاعدته مجموع حصص فئات الافراد والتي= 1 عـلى المحـور الأفقـي وارتفاعـه مجموع حصص فئات الدخول والتي= 1 على المحور العمودي.



شكل (1)

منحنى لورنس لقياس التفاوت في توزيع الدخل

تكون هناك مساواة مطلقة عندما ينطبق منحنى التوزيع الفعـلي (منحنـى لـورنس) عـلى خط المساواة المطلقة، أي عندما تكون قيمة معامل جيني مساوياً للصفر، أمـا إذا ابتعـد منحنـى التوزيع الفعلي عن خط المساواة المطلقة بحيث تبلغ قيمة معامل جيني الواحـد الصـحيح، فهـذا يعني أن هناك انعدام في المساواة التوزيعيـة. لكـن مـن خـلال الدراسـات التطبيقيـة فـإن قيمـة معامل جيني تقع بين الصفر والواحد فكلما اقتربت من الصفر فإن هذا يدل على عدالة في توزيع الدخل وكلما اقتربت من الواحد الصحيح فإن هذا يدل على تفاوت في توزيع الدخل.

إن أهم المعايير الإحصائية التي تقيس درجة التفاوت في توزيع الدخل هي:

3-2-1: معامل جيني

يتم احتساب معامل جيني استناداً إلى منحنى التوزيع الفعلي لدخول الافـراد (منحنـى لورنس) وهو يمثل المساحة المحصورة بين خط المساواة المطلقة- خط زاوية 45- ومنحنى التوزيع الفعلي إلى المساحة الكلية المحصورة بين خط المساواة المطلقـة والمحـور الأفقـي. ويأخـذ معامـل جيني صيغ متعددة منها صيغة النسب التراكمية على الشكل الآتي:

$$G = \frac{10000 \sum_{i=0}^{n} bi[ai+(ai+ ci)]}{10000}$$

عندما:

G يمثل معامل جيني.

bi يمثل النسبة المئوية لفئات الافراد.

Gi يمثل النسبة المئوية للدخول.

(ai+ci) يمثل النسبة المئوية التراكمية للدخول.

ai+(ai+ ci) يمثل النسبة المئوية التراكمية للدخول لكل فئة وللفئة التي تسبقها.

إن البيانـات الخاصـة بتوزيـع الـدخول سـواء للأفـراد أو الاسر والتـي يوفرهـا المسـح الاجتماعي والاقتصادي للأسرة (بحوث ميزانية الأسرة) سابقاً عن طريـق مديريـة مسـوحات الأسر (دائرة احصاء احوال المعيشة سابقاً) في الجهاز المركزي للإحصاء التابع لوزارة التخطـيط والتعـاون الانمائي العراقية (وحتى في الدول العربية والناميـة) تكـون هـذه البيانـات منشـورة وفقـاً لفئـات دخليـة لا تخـدم الباحـث إذا اعتمـدها بشـكلها الأولي ومنـذ اصـدار أول بحـث لميزانيـة الأسرة وأحوالها المعيشية عام 1971- 1972 والذي غطى جميع المحافظات العراقية ولحد الأن.

إن السبب في عدم إمكانية اعتماد هذه البيانات بشـكلها الأولي المنشـور هـو أن هـذه البيانات لا تتماشى مع الصيغ المستخدمة في قيـاس توزيـع الـدخل لوجـود كـل مـن الفئـة الأولى والأخيرة مفتوحة علاوة على اختلاف عدد الأفراد في كل فئة مما يعين عـدم تجانسـها مـن ناحيـة المديات الفئوية.

بناءً على ذلك يفترض تعديل تلك الفئات باجراء معالجات احصائية بجعل عدد الفئات (20) فئة وكل فئة تحتوي على عدد متساوي من الافراد لتسهيل عملية التحليل والمقارنة وجعـل البيانات اكثر منطقية، اضافة إلى اتفاق هـذا التعـديل مـع مـا يتطلبـه معيـاري جينـي وكـوزنتس بجعل عدد الفئات (20) فئة وأن كل فئة تحتوي على (5%) من عدد الافراد أو الأسر.

على هذا الأساس يفترض حساب نسبة الأفراد أو الأسر في كـل فئـة مـن فئـات التوزيـع الأولي إلى أن يصبح التوزيع النسبي لكل فئة (5%) ثم تضرب تلك النسب بما يقابلها من متوسط دخل الافراد أو الأسر، فيتم الحصول عـلى متوسـط دخـل (5%) مـن الافـراد أو الأسر ولكـل فئـة. واخيراً يتم تقسيم متوسط دخل الافراد أو الأسر لكل فئة مسـتخرجة عـلى نسـبة الافـراد أو الاسر المعدلة في كل فئة، وبذلك نحصل على متوسط دخل الفرد أو الأسرة للفئات المختلفة.

مثال 1: البيانات التالية تمثل الدخول الشهرية (الف دينار) حسب فئة دخل الفرد للحضر والريف (على مستوى العراق) والمأخوذة من المسح الاجتماعي والاقتصادي للأسرة في العراق لعام 2007.

المطلوب:

تعديل هذه البيانات وجعل عدد الفئات (20) فئة بواقع (5%) من الأفراد في كل فئة بدلاً من (11) فئة؟

ت	فئات دخل الفرد	الأفراد %	دخل الفرد (الف دينار)
1	اقل من 60	10.4	48.6
2	60- اقل من 80	15.0	70.4
3	80- 100	15.4	90.2
4	100-120	12.7	100.1
5	120- 140	10.2	129.8
6	140- 160	7.9	149.1
7	160- 180	6.5	169.6
8	180-200	4.4	189.3
9	200 – 300	10.7	239.0
10	300- 400	3.4	342.2
11	400 فاكثر	3.4	603.7
		100	

الحل: لغرض تعديل هذه البيانات وجعل فئات الأفراد (20) فئة بواقع (5%) للأفراد في كل فئة بدلاً من (11) فئة للأفراد تختلف كل فئة بنسب الأفراد، نعمل الجدول التالي الذي يحتوي على (20) فئة ونسبة الأفراد في كل فئة (5%) يقابلها الدخول للفئات المعدلة في العمود الأخير.

رقم الفئات المعدلة	الأفراد %	الدخول المعدلة	الأفراد %	الدخول للفئات المعدلة
1	5.0	48.60	5	48.6
2	5.0	48.60	5	48.6
3	0.4	3.89	5	68.7
	4.6	64.77		
4	5.0	70.40	5	70.4
5	5.0	70.40	5	70.4
6	0.4	5.63	5	88.6
	4.6	82.98		
7	5.0	90.20	5	90.2
8	5.0	90.20	5	90.2
9	0.8	14.43	5	106.9
-	4.2	92.48		
10	5.0	110.10	5	110.1
11	3.5	77.07	5	116.0
	1.5	38.94		
12	5.0	129.80	5	129.8
13	3.7	96.05	5	134.8
	1.3	38.77		
14	5.0	149.10	5	149.1
15	1.6	47.71	5	163.0
	3.4	115.33		
16	3.1	105.20	5	177.1
	1.9	71.93		
17	2.5	94.65	5	214.2
	2.5	119.50		

239.0	5	239.00	5.0	18
276.2	5	152.96	3.2	19
		123.19	1.8	
520.0	5	109.50	1.6	20
		410.52	3.4	

مثال 2: البيانات التالية تمثل متوسط الدخل الشهري لفئات الأفراد المختلفة لعامي 1971-1972 و 1988 والصادرة عن دائرة احوال المعيشة ومديرية مسوحات الأسرة في الجهاز المركزي للاحصاء العراقي، بعد اجراء المعالجات الاحصائية الخاصة بفئات الافراد واعتبار 1971= 100.

المطلوب:

1- تقدير معامل جيني لعامي 1971- 1972 و 1988؟

2- هل حدث انخفاض في درجة التفاوت في توزيع الدخل خلال تلك المدة؟

متوسط الدخل (دينار		**فئات الافراد**
1988	**1971- 1972**	
4.88	2.80	5-0
7.46	3.30	10-5
7.85	3.55	15 -10
9.65	3.55	20-15
9.65	3.56	25 -20
111.36	4.45	30 -25
11.78	4.45	35 -30
11.81	4.80	40 -35

13.95	5.38	45 -40
13.95	5.38	50 -45
17.30	6.36	55 -50
19.35	6.38	65-60
19.35	6.38	60 -55
22.37	7.20	70 -65
22.39	8.00	75 -70
25.99	8.31	80 -75
27.47	9.58	85 -80
36.96	10.94	90 -85
38.79	12.80	95 -90
61.10	24.67	100 -95
390.4	142.2	المجموع

الحل:

$$G = \frac{10000 - \sum_{i=1}^{n} b_i[ai + (ai + ci)]}{10000}$$

معامل جيني لعام 1971- 1972

bi[ai +(ai +ci)]	ai+ (ai+ci)	النسبة المئوية التراكمية للدخول ai+ci	متوسط الدخل % Ci	فئات الأفراد bi %
10.0	2.0	2.0	2.0	5
31.5	6.3	4.3	2.3	5
55.5	11.1	6.8	2.5	5
80.5	16.1	9.3	2.5	5
105.5	21.1	11.8	2.5	5
133.5	26.7	14.9	3.1	5
164.5	32.9	18.0	3.1	5

197.0	39.4	21.4	3.4	5
232.5	46.5	25.1	3.7	5
270.0	54.0	28.9	3.8	5
309.5	61.9	33.0	4.1	5
352.0	70.4	37.4	4.1	5
396.5	79.3	41.9	4.5	5
444.0	88.8	64.9	5.0	5
497.0	99.4	52.5	5.6	5
554.0	110.8	58.3	5.8	5
621.0	124.2	65.9	7.6	5
797.5	139.5	73.6	7.7	5
784.5	156.9	83.3	9.7	5
919.5	183.9	100.6	17.3	5
6856			100	100

$$G = \frac{10000-6856}{10000} = \frac{3144}{10000} = 0.31$$

معامل جيني لعام 1988

bi[ai +(ai +ci)]	**ai+ (ai+ci)**	**النسبة المئوية التراكمية للدخول ai+ci**	**متوسط الدخل % Ci**	**فئات الأفراد bi %**
6.5	1.3	1.3	1.3	5
22.5	4.5	3.2	1.9	5
42.0	8.4	5.2	2.0	5
64.5	12.9	7.7	2.5	5
89.5	17.9	10.2	2.5	5
116.5	23.3	13.1	2.9	5
146.0	29.2	16.1	3.0	5
176.0	35.2	19.1	3.0	5
208.5	41.7	22.6	3.5	5
244.0	48.8	26.2	3.6	5
283.0	56.6	30.4	4.2	5
326.0	65.2	34.8	4.4	5

373.0	74.6	39.8	5.0	5
426.5	85.3	45.5	5.7	5
483.5	96.7	51.2	5.7	5
545.5	109.1	57.9	6.7	5
614.0	122.8	64.9	7.0	5
696.5	139.3	74.4	9.5	5
793.5	158.7	84.3	9.9	5
921.5	184.3	100.0	15.7	5
6583.5			100	100

$$\therefore G = \frac{10000-6583.5}{10000} = \frac{3416.5}{10000} = 0.34$$

2- تظهر قيمتي معامل جيني انه حدث ارتفاع في درجة التفاوت لتوزيع الدخل خلال المدة 1971- 1988 وذلك بسبب ارتفاع معامل جيني من (0.31) إلى (0.34).

3-2-2: معامل كوزنتس

يقوم هذا المعامل على أساس تجميع التفاوتات المطلقة الحاصلة بين النسبة المئوية لفئات الافراد والنسبة المئوية من الدخل للفئات المتناظرة مقسوماً على اقصى تفاوت محتمل. ولتطبيق هذا المعامل ينبغي ان تكون هناك (20) فئة ومدى الواحدة منها (5%)، تأخذ صيغة هذا المعامل الشكل الآتي:

$$K = \frac{\sum_{i=1}^{n}|di|}{20\ (9.5)}$$

عندما:

K يمثل معامل كوزنتس.

di يمثل الفرق المطلق بين النسبة المئوية للأفراد والنسبة المئوية للدخل لكل فئة من الفئات المتناظرة.

20 يمثل عدد الفئات.

9.5 يمثل أقصى درجة من درجات التفاوت.

وبافتراض وجود أقصى درجة تفاوت أي أن (5%) من الافراد في فئة واحدة يحصلون على (100%) من الدخل الكلي، بينما (95%) من الافراد الباقين والمنتسبين للتسع عشرة فئة الاخرى يحصلون على (صفر) من الدخل الكلي، فإن (di) للفئات الباقية ستكون (5%) لكل منها ولمجموع (95%)، كما ان (di) للفئة الواحدة التي يحصل افرادها على (100%) من الدخل الكلي ستكون (95%) ايضاً. لذلك فإن:

$$\sum_{i=1}^{n}|di| = \%\ 190$$

وإذا قسمنا هذا الرقم على عدد الفئات (20) فئة فإننا نحصل على (9.5).

يلاحظ أن بسط ومقام المعامل اعلاه مؤلف من النسب المئوية، لذلك يمكن ازالة الصفة المئوية والتعامل مباشرة بارقام هذه النسب، أي أن (5) بدلاً من (5%) و (9.5) بدلاً من (9.5%) لأن النتيجة ستكون واحدة. ولكون المعامل مبني على أساس تجميع التفاوتات مقسوماً على اقصى تفاوت محتمل، لذا فإن نتيجة هذا المعامل لا يمكن أن تكون أكبر من الواحد الصحيح.

يعتبر هذا المعامل معتدلاً في حسابه لدرجة التفاوت في توزيع الدخل. فعندما ينخفض معامل جيني يلاحظ أن معامل كوزنتس يتباطئ بالانخفاض خلفه، وعندما يرتفع معامل جيني، فإن ارتفاع معامل كوزنتس يكون بطيئاً خلفه. وهذا يعني أن هذا المعامل لا يبالغ في تقديمه لدرجة التفاوت.

مثال 3: باعتماد البيانات المعدلة في مثال (1) والمتعلقة بفئات الأفراد والدخل الشهري المأخوذة من السمح الاجتماعي والاقتصادي للأسرة العراقية عام 2007، والبيانات المعدلة في مثال (2) والمتعلقة بفئات الأفراد والدخل الشهري المأخوذة من مديرية مسوحات الأسرة العراقية في الجهاز المركزي للإحصاء عام 1988.

المطلوب:

1- حساب معامل كوزنتس لعام 1988.

2- حساب معامل كوزنتس لعام 2007.

الحل:

2007			1988		
$\|di\|$	الدخل %	الافراد %	$\|di\|$	الدخل %	الأفراد %
3.3	1.7	5	3.7	1.3	5
3.3	1.7	5	3.1	1.9	5
2.7	2.3	5	3.0	2.5	5
2.6	2.4	5	2.5	2.5	5
2.6	2.4	5	2.5	2.5	5
2.0	3.0	5	2.1	2.9	5
1.9	3.1	5	2.0	3.0	5
1.9	3.1	5	2.0	3.0	5
1.3	3.7	5	1.5	3.5	5
1.2	3.8	5	1.4	3.6	5
1.0	4.0	5	0.8	4.2	5
0.6	4.4	5	0.6	4.4	5
0.4	4.6	5	0.0	5.0	5
0.1	5.1	5	0.7	5.7	5
0.6	5.6	5	0.7	5.7	5
1.6	6.1	5	1.7	6.7	5
2.4	7.4	5	2.0	7.0	5
3.2	8.2	5	4.5	9.5	5
4.5	9.5	5	4.9	9.9	5
12.9	17.9	5	10.7	15.7	5
49.6	100	100	50.4	100	100

$$\frac{\sum_{i=1}^{n}|di|}{20\ (9.5)}$$

لعام 1988

$$k = \frac{50.4}{20(9.5)}$$
$$= \frac{50.4}{190} = 0.265$$

لعام 2007

$$k = \frac{49.6}{20(9.5)}$$
$$= \frac{49.6}{190} = 0.261$$

3-2-3: معامل الانحراف المعياري للوغارتمات

يعتمد هذا المعامل على حساب اللوغارتم لمتوسط دخل الافراد المنتسبون بكل فئة، ومن ثم طرحه من الوسط الحسابي للوغارتمات دخول الافراد، ويتخذ الصيغة الآتية:

$$S.D.L = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(Log.Ui - Log.Yi)^2}{n}\right]^{\frac{1}{2}}$$

عندما:

S.D.L يمثل الانحراف المعياري اللوغارتمات.

Log.Ui يمثل الوسط الحسابي للوغارتمات دخول الافراد.

Log.Yi يمثل متوسط دخل الفرد في كل فئة.

n يمثل عدد الفئات.

مثال 4: إذا توفرت لديك بيانات عن متوسط الدخل الشهري لفئات الأفراد لعام 2007 كما حددت في المثال (3).

المطلوب:

حساب معامل الانحراف المعياري للوغارتمات لقياس التفاوت في توزيع الدخل؟

$$S.D.L = \left[\frac{\sum_{i=1}^{n}(Log.Ui - Log.Yi)^2}{n}\right]^{\frac{1}{2}}$$

الحل:

نعمل الجدول الآتي:

$(LogUi- Log Yi)^2$	LogUi- Log Yi	Log Ui	LogYi	متوسط الدخل Y_i	فئات الافراد %
2.709	-1.646	0.041	1.687	48.6	5
2.709	-1.646	0.041	1.687	48.6	5
3.215	-1.793	0.044	1.837	68.7	5
3.254	-1.804	0.044	1.848	70.4	5
3.254	-1.804	0.044	1.848	70.4	5
3.610	-1.900	0.047	1.947	88.6	5
3.640	-1.908	0.047	1.955	90.2	5
3.640	-1.908	0.47	1.955	90.2	5
3.920	1.908-	0.049	2.029	106.9	5
3.972	-1.993	0.049	2.042	110.1	5
4.056	-2.014	0.050	2.064	116.0	5
4.252	-2.062	0.051	2.113	129.8	5
4.322	-2.079	0.051	2.130	134.8	5
4.499	-2.121	0.052	2.173	149.1	5
4.661	-2.159	0.053	2.212	163.0	5
4.814	-2.194	0.054	2.248	177.1	5
5.176	-2.275	0.056	2.331	214.2	5
5.387	-2.321	0.057	2.378	239.8	5
5.674	-2.382	0.059	2.441	276.0	5
7.028	-2.651	0.065	2.716	520.0	5
83.792					

$$S.D.L = \left(\frac{83.792}{20}\right)^{\frac{1}{2}} = (4.1896)^{\frac{1}{2}} = 2.05$$

4-2-3: معامل الاختلاف

يقيس هذا المعامل التشتت النسبي لدخول الأفراد ويمكن حسابه بقسمة الانحراف المعياري لدخول الافراد على الوسط الحسابي لتلك الدخول. وهو بذلك يمكن أن يكون أي رقم، وهو يميل إلى تصوير التفاوت باتجاه الارتفاع بشكل اكثر حدة من معاملي جيني وكوزنتس. ويأخذ الصيغة الآتية:

$$V = \frac{S.D}{\bar{M}}$$

عندما:

V يمثل معامل الاختلاف

S.D يمثل الانحراف المعياري لدخول الأفراد

$\bar{M}$ يمثل الوسط الحسابي لدخول الأفراد

مثال 5: من بيانات مثال (3) المتعلقة بمتوسط الدخول الشهري لفئات الافراد لعام 2007.

المطلوب:

1- حساب معامل الاختلاف.

2- حساب معامل جيني مع توضيح انطباعك عن نتيجتي المعاملين.

الحل:

1- حساب معامل الاختلاف

$$V = \frac{S.D}{\bar{M}}$$

$$S.D = \sqrt{variance\ (Yi)}$$

$$variance\ (\text{تباين})\ Yi = \frac{(Y_i - \bar{Y})^2}{n}$$

$(Y_i - \overline{Y})^2$	$Y_i - \overline{Y}$	الدخل Yi	فئات الأفراد %
9408.03	-96.995	48.6	5
9408.03	-96.995	48.6	5
5912.84	-76.895	68.7	5
5654.29	-75.195	70.4	5
5654.29	-75.195	70.4	5
3248.43	-56.995	88.6	5
3068.61	-55.395	90.2	5
3068.61	-55.395	90.2	5
1497.30	-38.965	106.9	5
1259.90	-35.495	110.1	5
875.86	-29.595	116.0	5
249.48	-15.795	129.8	5
116.53	-10.795	134.8	5
12.29	3.505	149.1	5
302.93	17.405	163.0	5
992.57	31.505	177.1	5
4706.64	68.605	214.2	5
8724.49	93.405	239.0	5
17057.67	130.605	276.2	5
140179.10	374.405	520.0	5
221397.89	0.000	22911.9	المجموع
		145.595	الوسط الحسابي

$$\therefore variance\ (Y_i) = \frac{221397.89}{20} = 1106.89$$

$$S.D = \sqrt{1106.89} = 105.213$$

$$\therefore v = \frac{105.213}{145.595} = 0.723$$

2- حساب معامل جيني:

فئات الأفراد % bi	متوسط الدخل % ci	النسبة المئوية التراكمية للدخول ai+ci	ai+ (ai+ci)	bi[ai+(ai+ci)]
5	1.7	1.7	1.7	8.5
5	1.7	3.4	5.1	25.5
5	2.3	5.7	9.1	45.5
5	2.4	8.1	13.8	96.0
5	2.4	10.5	18.6	93.0
5	3.0	13.5	24.0	120.0
5	3.1	16.6	30.1	150.5
5	3.1	19.7	36.3	181.5
5	3.7	23.4	43.1	215.5
5	3.8	27.2	50.6	253.0
5	4.0	31.2	58.4	292.0
5	4.4	35.6	66.8	334.0
5	4.6	40.2	75.8	379.0
5	5.1	45.3	85.5	427.5
5	5.6	50.9	96.2	481.0
5	6.1	57.0	107.9	539.5
5	7.4	64.4	121.4	607.0
5	8.2	72.6	137.0	685.0
5	9.5	82.1	154.7	773.5
5	17.9	100.1	182.1	910.5
100	100.0			6591.0

$$G = \frac{10000 - \sum_{i=1}^{n} bi\,[ai+(ai+(ai+ci)]}{10000}$$

$$= \frac{10000-6591}{10000} = \frac{3409}{10000} = 0.341$$

يلاحظ أن معامل الاختلاف (0.723) كان اكبر قياساً بمعامل جيني (0.341) ومعامل كوزنتس (0.261) في مثال (3) وان معامل كوزنتس جاء خلف معامل جيني.

3-3: تمارين

1- إذا توفرت لديك البيانات الخام التالية لمتوسط دخل الفرد الشهري حسب فئات الدخل بالدينار والمأخوذة من المسح الاجتماعي والاقتصادي للأسرة العراقية عام 1993.

الفئات	80 فاقل	-100	-150	-200	-250	-300	-350	-400	
الدخل	34	91	128	175	222	270	319	367	
الفئات	-450	-500	-600	-700	-900	-1300	-1900	اكثر من 1900	المتوسط
	419	464	533	626	757	1016	1399	2503	429

المطلوب:

1. تعديل هذه البيانات وجعل عدد الفئات (20) فئة بواقع (5%) من الافراد لكل فئة.
2. حساب معامل جيني.

2- البيانات التالية تمثل متوسط انفاق الفرد الشهري (الف دينار) حسب فئات انفاق الفرد لعام (2005) والمأخوذة من المجموعة الاحصائية السنوية لعام (2006) في العراق.

الفئات	-10	-15	-20	-25	-30	-35	-40	-47	-54	-62
الانفاق	7.1	12.8	17.7	22.4	27.4	32.6	37.3	43.3	50.3	57.9
الفئات	-70	-80	-95	-120	-150	-200	-300	300 فاكثر		
الانفاق	65.5	74.9	87.5	105.7	134.3	168.2	245.6	576.3		

المطلوب:

حساب معامل الانحراف المعياري للوغارتمات.

3- البيانات التالية تمثل متوسط الدخل الشهري لفئات الافراد لعام 1971- 1972 في العراق (بالدينار) والمأخوذة من دائرة احصاء احوال المعيشة في الجهاز المركزي للإحصاء، بعد اجراء التعديلات الفئوية عليها:

الفئات%	**5-0**	**10-5**	**15-10**	**20-15**	**25-20**	**30-25**	**35-30**	**40-35**	**45-40**	**50-45**
الدخل	2.80	3.30	3.55	3.55	3.56	4.45	4.45	4.80	5.38	5.38
الفئات%	55-50	60-55	65-60	70-65	75-70	80-75	85-80	90-85	95-90	100-95
الدخل	5.80	6.36	6.38	7.20	8.00	8.31	9.58	10.94	13.80	24.67

المطلوب: حساب

1. معامل كوزنتس.
2. معامل الاختلاف.

4- إذا اعطيت البيانات التالية التي تمثل متوسط الدخل الشهري لفئات الافراد لعام 1976 في العراق (بالدينار) والمأخوذة من دائرة احصاء احوال المعيشة في الجهاز المركزي للاحصاء، بعد اجراء التعديلات عليها:

الفئات%	0-	5-	10-	15-	20-	25-	30-	35-	40-	45-
الدخل	2.64	3.28	4.05	4.96	4.96	4.96	6.33	6.36	6.36	7.42
الفئات%	50-	55-	60-	65-	70-	75-	80-	85-	90-	100-95
الدخل	7.87	8.02	9.23	9.56	10.70	11.88	13.10	15.50	18.52	33.78

المطلوب: حساب

1- معامل جيني.

2- معامل كوزنتس.

3- معامل الانحراف المعياري اللوغارتمي.

4- معامل الاختلاف.



الفصل الرابع

إحصاءات الرفاهية الاقتصادية

الفصل الرابع

إحصاءات الرفاهية الاقتصادية

4-1: مقياس سن للرفاهية.

4-2: المقياس الموسع للرفاهية.

4-3: المقياس المناطقي للرفاهية.

4-4: تمارين.

الفصل الرابع

إحصاءات الرفاهية الاقتصادية

تعد الرفاهية الاقتصادية Welfare Economics جزء من الرفاهية العامة، والتي تتكون من الرفاهية الاجتماعية والحضارية والسياسية وأن هذا الجزء كما قال بيجو Pigou عام 1932 أنه قابل للقياس الكمي عن طريق متوسط الإنفاق الاستهلاكي الفردي على السلع والخدمات المختلفة، وأن الرفاهية العامة تتمثل بمجموعة عوامل تحدد علاقة الأفراد ببعضهم، كمدى الاستمتاع بالديمقراطية والعدالة والطمأنينة والسلام وغيرها، وعليه فإن الرفاهية الاقتصادية لا تعد مؤشراً وحيداً وواضحاً للرفاهية العامة، لكنها تؤثر في الرفاهية العامة.

أما ميشان Mishan فقد ميز عام 1969 بين نوعين من الرفاهية الاقتصادية، الأول الرفاهية من وجهة نظر الفرد، فربط الرفاهية بمستوى الإشباع وقال: أنها تركز على قيمة الحقيقة، والثاني الرفاهية من وجهة المجتمع، وهي تتطلب أحكام قيمية، وفي عام 1973 قدم ليتل Little تصوراً آخر اختلف فيه مع بيجو في تعريف الرفاهية، فهو يرى أنه لا يوجد جزء من الرفاهية تسمى بالرفاهية الاقتصادية، بل هناك عوامل اقتصادية تؤثر في جزء من الرفاهية، واتفق مع بيجو على أن العوامل الاقتصادية المؤثرة في الرفاهية هي السلع والخدمات المستهلكة من قبل الأفراد، بالإضافة إلى مقدار ونوع العمل المبذول في إنتاج تلك السلع والخدمات.

أما Nath فقد انتقد عام 1964 أفكار بيجو، فهو يرى أن الرفاهية تعد إحساساً غير قابل للقياس. من الناحية المبدئية فإن عدم قابلية المنفعة للقياس، لا ينفي قابليتها للمقارنة، فكما طرح Oscar عام 1942 أنه ليس هناك حاجة إلى القياس، وأن ما يفي بالغرض هو إمكانية ترتيب المنفعة، وقد عزز هذا الرأي Sen عام 1970 بقوله: أن استخدام حكم القيمة الاجتماعية ينفي

الحاجة إلى معلومات لقياس المنفعة عندما يتعلق الأمر بالمقارنة بين جماعتين فمثلاً عملية إعـادة التوزيع من الأغنياء إلى الفقراء تزيد من إجمالي الرفاهية، وأن هـذا الحكـم للقيمـة لا يحتـاج إلى قياس.

عليه يلاحظ أن هناك جدل حـول دور النظريـة والفلسـفة الاقتصـادية في بنـاء مقـاييس للرفاهية الاقتصادية واستخدامها للإشارة إلى التقدم الاقتصادي بدلاً من المقاييس التقليدية ومدى الجدوى من هذا الأمـر، فمنـذ مـدة طويلـة ظهـر مفهـوم النمـو الاقتصـادي ليعـبر عـن تحقيـق طموحات الفرد والعيش بمستوى رفاهية أفضـل، لـذا أصـبح الشـغل الشـاعل للاقتصـاد السـياسي وشعار رفع بحماس في كل دول العالم، وهدف مهم لسياسة حكوماتها.

لكن في مستهل سبعينات القرن العشرين، تغير مناخ الفكر الاقتصادي، وبرز اتجاه جديد فيه يتوخى الواقـع في التحليـل وينتقـد الانجـرار الأعمـى وراء إحـراز أكـبر تقـدم مـادي ممكـن، وإهمال اثاره الجانبية المكلفة التي تشوه أوليات المجتمع وتزيد من سوء توزيـع الـدخل وتلحـق ضرراً بالبيئة لا يمكن إصلاحه.

إن هذا الاتجاه الجديد، يؤكد على ضرورة الوصول إلى نمط عيش يكون الهدف فيه أقصى حد من الحرية والسعادة للفرد، وليس الحد الأقصى لإجمالي الناتج القومي، ومن أبرز المسـاهمين في هذا الاتجاه جوزيف ستكلتز ووليم نورد هاوس، وجيمس تـوبن وريتشـارد ايسـتيس وأماريتـا سن وغيرهم ممن ساهموا في الدعوة إلى إعادة التفكر بما يؤدي إلى تقدم المجتمـع، وقـد تمخـض عن هذه الدعوة زيادة الاهتمام بموضوع الرفاهية الاقتصادية.

مـن هـذا المنطلـق قـدمت مقـاييس عديـدة للرفاهيـة الاقتصـادية مـن قبـل المنظـرين الاقتصاديين، كما طرحت العديد من المبادرات من قبل المؤسسات الدولية مثل: منظمـة التعـاون الاقتصادي والتنمية، وبرنامج الأمم المتحدة الإنمائي والاتحاد الأوروبي من أجل بناء مؤشرات أفضل للرفاهية الاقتصادية، ومن هذه المقاييس ما يأتي:

- مقياس الناتج المحلي الإجمالي، وهو مؤشر إحصائي يستخدم لقياس ثروة الدول والمقارنات الدولية، ولا يوجد اتفاق عام على أن الناتج المحلي الإجمالي أفضل قياس لرفاهية أفراد المجتمعات.

- مقياس السعادة المحلية الإجمالية: هذا المقياس قدم من قبل جيكمي Jigme ملك بوتان عام 1972، وفكرته أن كل إنسان يطمح إلى السعادة، وأن تطور البلد يجب أن ينصب في اتجاه سعادة الإنسان، وقد وضع مركز بوتان للدراسات مؤشر يتكون من (9) متغيرات أساسية لقياس السعادة المحلية الإجمالية منها استخدام الوقت والحالة النفسية والمستوى المعاشي والتنوع البيئي.

- مقياس الرفاهية الاقتصادية: المقترح من قبل وليم نوردهاوس William Nordhaus وجيمس توبن James Tobin عام 1972، عندما قاما بإعادة ترتيب عدد من بنود حسابات الدخل القومي، وتوصلا إلى أن النمو في نصيب الفرد من الرفاهية الاقتصادية يعتمد على نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي.

- مقياس التقدم الاجتماعي الموزون: هذا المقياس من قبل ريتشارد ايستيس Richard Estes عام 2001، ويتضمن (40) مؤشراً اجتماعياً موزعاً على (10) فئات منها البيئة والفوضى الاجتماعية والإنفاق العسكري.

- مقياس الرفاهية الاقتصادية المستدامة: وهو مقياس مقترح من قبل هيرمان دالي Herman Daly وجون كوب John Cobb عام 1989، ويعد مؤشراً للتقدم الاقتصادي بدلاً من الناتج المحلي الإجمالي، ويعتمد على احتساب الإنفاق الاستهلاكي الخاص موزوناً بمؤشر لعدالة توزيع الدخل، يضاف إليه نشاطات تتعلق بالرفاهية مثل إصلاح الطرق وقيمة التغير في رأس المال المادي مطروحاً منه الإنفاق الدفاعي والأضرار البيئية.

- مقياس التقدم الحقيقي: طوره باحثون في معهد ريد يفاييننغ عام 1995 وهو امتداد لمقياس الرفاهية الاقتصادية المستدامة وهو يهدف إلى إيجاد قياس أفضل لسلامة الوضع الاقتصادي حيث يحسب الاستهلاك بطريقة مختلفة تستهدف المتغيرات التي تدعم بشكل مباشر رفاهية الفرد، كما يتضمن متغيرات تساهم في رفاهية الفرد مثل الأعمال المنزلية والأعمال التطوعية.
- مقياس التنمية البشرية: الذي قدمه برنامج الأمم المتحدة عام 1990 بإشراف محبوب الحق واستشارة امارتياسن، وسيتم طرحه في الفصل القادم كدليل للتنمية البشرية.
- مقياس الفقر البشري: الذي قدم من قبل الأمم المتحدة عام 1990، ثم طور برنامج الأمم المتحدة الإنمائي هذا المقياس في تقرير التنمية البشرية عام 1997، ليشتمل على مقياسين أو دليلين هما (HPi-1) للدول النامية و(HP1-2) للدول المتقدمة، وسيتم طرحه في فصل لاحق كأدلة للفقر البشري.

إن المقاييس التي ناقشت مسألة الرفاهية الاقتصادية متعددة، إلا أن هناك مقاييس أكثر نضوجاً بنيت أغلبها على طروحات ماندل Mandel وامارتياسن ومنها:

1-4: مقياس سن للرفاهية

لقد ظهرت رؤى مختلفة عن كيفية تنظيم المجتمع لغرض تعظيم رفاهيته، فقد كرح ماندل مفهوماً للرفاهية الاجتماعية يختلف عن المفهوم للرفاهية الاجتماعية الذي قدمه بوغسون عام 1938، والذي يقوم على أن الرفاهية هي دالة في مستويات المنفعة لأفراد المجتمع أي أن:

$$W = Y_1 + Y_2 + \dots + Y_n$$

عندما:

W يمثل مستويات الرفاهية.

Y_i يمثل دخل الفرد i في المجموعة n

إن مفهوم هذه الدالة يقوم على أن تعظيم رفاهية المجتمع يعني تعظيم الدخل الإجمالي في المجتمع بغض النظر عن كيفية توزيع الدخل في المجتمع.

أما مدرسة الاختيار الاجتماعي، فقد ربطت رفاهية المجتمع بدخل أفقر فرد في المجتمع، فكانت دالة الرفاهية كالآتي:

$W= \min (Y_i, Y_2. \ldots\ldots. Y_n)$

فمن أجل تعظيم رفاهية المجتمع، ينبغي تعظيم رفاهية أفقر فرد فيه بغض النظر عن مستوى دخل باقي المجتمع، إذ أن نظرية الاختيار الاجتماعي هذه تسوغ موقفها بشأن عملية إعادة توزيع الدخل من الأغنياء لصالح الفقراء على أن المنفعة المشتقة من الوحدة النقدية المضافة إلى الغني هي أقل مما هي عليه لدى الفقير.

في عام 1973 اقترح أمارتيا سن إدراج معامل جيني في معادلة الرفاهية الاجتماعية لتعكس وجهة نظر الفريقين الأولى التي تركز على تعظيم الدخل في المجتمع، والثانية التي تهتم بحاجات الشريحة الأفقر في المجتمع وقد اتخذت صفة دالة الرفاهية التي قدمها سن الشكل الآتي:

$$W = \bar{M}\,(1 - G)$$

عندما:

$\bar{M}$ يمثل مستوى نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي.

G يمثل معامل جيني.

يلاحظ أن هذه الصيغة تمتاز بالبساطة وسهولة التقدير، لكن عملية تصنيف مستويات الرفاهية حسب هذه الدالة غير دقيق، فهي تركز على متوسط دخل أقل تفاوتاً، وتتجاهل في نفس الوقت حاجة المجتمع إلى اقتصاد

أكثر كفاءة، يضاف إلى ذلك أنها لم تتطرق إلى العوامل الأخرى - عدا متوسط الدخل وطريقة توزيعه- المؤثرة في الرفاهية.

مثال1: البيانات التالية تمثل متوسط دخل الفرد الشهري العراقي بالدينار ونسبة معامل جيني خلال المدة 1971-1988 وبأسعار عام 1971.

المطلوب:

قياس مستوى الرفاهية الاقتصادية للفرد العراقي خلال المدة باعتماد دالة سن للرفاهية، مع بيان انطباعك عن النتيجة؟

السنة / المؤشرات	1971-1972	1972	1979	1985	1988
متوسط الدخل	7.11	9.49	11.56	14.97	19.52
معامل جيني	0.32	0.34	0.33	0.36	0.34

الحل:

$$W = \bar{M}\ (1 - G)$$

مستوى الرفاهية عام 1971-1972

$W= 7.11\ (1- 0.32)$

$= 7.11\ (0.68)$

$= 4.835$

مستوى الرفاهية عام 1976

$W = 9.49\ (1-0.34)$

$= 9.49\ (0.66)$

$= 6.263$

مستوى الرفاهية عام 1979

$W=11.56\ (1-0.33)$

$= 11.56\ (0.67)$

$= 7.745$

مستوى الرفاهية عام 1985

$$W = 14.97\ (1-0.36)$$

$$= 14.97\ (0.64)$$

$$= 9.581$$

مستوى الرفاهية عام 1988

$$W= 19.52\ (1-0.34)$$

$$= 19.52\ (0.66)$$

$$= 12.883$$

يلاحظ أن مستوى الرفاهية ازداد خلال المدة 1971 -1988 على الرغم من ارتفاع معامل جيني بنسبة طفيفة، وكان السبب في زيادة مستوى الرفاهية هو الزيادة الحاصلة في متوسط دخل الفرد، وعليه يمكن القول أن متوسط دخل الفرد يمثل المؤشر الأهم في تحديد مستوى الرفاهية.

مثال2: من البيانات التي وفرها البنك الدولي عن متوسط نصيب افرد من الناتج المحلي الإجمالي بالدولار ومعامل جيني لكل من الولايات المتحدة الأمريكية وفنلندة وفرنسا خلال المدة 2000-2009، وهي كالآتي:

الدولة	الولايات المتحدة الأمريكية			فنلندة			فرنسا		
السنة	2000	2005	2009	2000	2005	2009	2000	2005	2009
متوسط الدخل	35081	42534	45745	23514	37290	44577	21828	33913	40663
معامل جيني	0.44	0.464	0.469	0.24	0.26	0.259	0.28	0.277	0.298

المطلوب:

حساب مستوى الرفاهية الاقتصادية خلال هذه المدة للدول الثلاث، باعتماد مقياس سن للرفاهية، مبيناً انطباعك عن النتيجة؟

الحل:

$W = \bar{M}\,(1 - G)$

الولايات المتحدة الأمريكية

عام 2000

W= 35081 (1-0.44)

= 35081 (0.56)

= 19645

عام 2005

W= 42534 (1-0.464)

= 42534 (0.536)

= 22798

عام 2009

W= 45745 (1-0.469)

= 45745 (0.531)

= 24291

فنلندة

عام 2000

W= 23514 (1-0.24)

= 23514 (0.76)

= 24711

عام 2005

W= 37290 (1-0.26)

= 37290 (0.74)

= 27595

عام 2009

W= 44577 (1-0.259)

= 44577 (0.741)

= 33032

فرنسا

عام 2000

W= 21828 (1-0.28)

= 21828 (0.72)

= 15716

عام 2005

W= 33913 (1-0.277)

= 33913 (0.723)

= 24519

عام 2009

W= 40663 (1-0.298)

= 40663 (0.702)

= 28545

حدث ارتفاع في مستوى الرفاهية خلال المدة للدول الثلاث، من ناحية ثانية يلاحظ أن فنلندة أخذت الترتيب الأول للسنوات الثلاث في مستوى الرفاهية، فيما جاءت الولايات المتحدة بالترتيب الثاني عام 2000، وفرنسا بالترتيب الثاني لعامي 2005، 2009 في حين احتلت الولايات المتحدة الأمريكية الترتيب الأخير لعامي 2005، 2009.

وعلى هذا الأساس يمكن ترتيب الدول الثلاث حسب مستوى الرفاهية الاقتصادية كما في الجدول الآتي:

الدولة / السنة	2000	2005	2009
الولايات المتحدة الأمريكية	2	3	3
فنلندة	1	1	1
فرنسا	3	2	2

2-4: المقياس الموسع للرفاهية

أخذ على دالة سن التي تقيس الرفاهية، بأنها استندت على متوسط دخل الفرد وطريقة توزيعه فقط، ولم تتضمن مؤشرات تتعلق بجوانب حياتيه أخرى تؤثر على نوعية الحياة في المجتمع، لذلك قمنا بتوسيع القاعدة لقياس الرفاهية وذلك بإدخال متغيرات إضافية للدالة، فحصلنا على مقياس موسع مقترح أخذ الصيغة الآتية:

$$W = \frac{\bar{M}\left(1-\frac{G+T+F+1n}{4}\right)}{1-(E+H+S)}$$

عندما:

W يمثل مستوى الرفاهية.

$\bar{M}$ يمثل متوسط الدخل.

G يمثل معامل جيني.

T يمثل نسبة الضرائب على السلع والخدمات من الناتج المحلي الإجمالي.

F يمثل نسبة الإنفاق على المواد الأولية من مجمل الإنفاق الكلي للقطاع العائلي.

1n يمثل المعدل السنوي للتضخم.

E يمثل الإنفاق الحكومي على التعليم من الناتج المحلي الإجمالي.

H يمثل نسبة الإنفاق الحكومي على الصحة من الناتج المحلي الإجمالي.

S يمثل نسبة مساهمة الضمان الاجتماعي من الناتج المحلي الإجمالي.

يلاحظ أن المتغيرات الثلاثة المضافة في البسط (in. F. T) ترتبط بعلاقة عكسية مع الرفاهية وعندما تكون منخفضة ويتم طرح متوسطاتها إضافة لـ G من الواحد الصحيح، فإن هذا يؤدي إلى زيادة الرفاهية، أما المتغيرات الثلاثة المضافة في المقام (S. H. E) فإنها ترتبط بعلاقة طردية

مع الرفاهية، وعندما تكون مرتفعة ويتم طرحها من الواحد الصحيح، فهـذا يجعـل قيمـة المقـام منخفضة وبالتالي زيادة في الرفاهية.

إن المقياس المقترح أعلاه يمكن توسيعه أكثر من ذلك، بإضافة متغيرات غير اقتصادية مثل البيئة وحقوق الإنسان وسيادة القانون والمسـاواة بـين الجنسـين، وبـذلك تصـبح صـيغة المقيـاس بالشكل الآتي:

$$w = \frac{\bar{M}\left(1-\frac{G+T+F+1n+GE+En+HL}{4}\right)}{1-(E+H+S)}$$

عندما:

GE يمثل المساواة بين الجنسين.

En يمثل البيئة.

HL يمثل حقوق الإنسان وسيادة القانون.

بإضافة متغيرات أخـرى قابلـة للقيـاس تـؤثر عـلى الرفاهيـة الاقتصـادية والاجتماعيـة إلى الصيغة السابقة، نتمكن من اقتراح صيغة عامة تأخذ الشكل الآتي:

$$w = \frac{\bar{M}\left(1-\frac{A_1+A_2+\cdots+A_n}{n}\right)}{1-(B_1+B_2+\cdots+B_n)}$$

مثال3: باعتماد بيانات مثال (2) وعند توفر بيانات نسبية لمؤشرات إضافية عـن الـدول الـثلاث كما موضحة في الجدول أدناه:

الدولة / المؤشر	الولايات المتحدة الأمريكية			فنلندة			فرنسا		
	2000	2005	2009	2000	2005	2009	2000	2005	2009
T	0.642	0.584	0.508	13.303	13.631	12.999	10.643	10.321	9.471
F	6.6	5.7	6.2	12.6	12.4	11.9	14.1	13.8	13.5
In	2.16	3.33	0.92	2.61	0.46	1.07	1.57	1.91	0.47
E	5.73	5.27	5.45	5.14	5.86	7.00	8.00	8.53	8.98
H	5.79	6.70	7.88	5.90	6.31	6.60	5.67	5.65	6.20
S	7.02	6.78	6.79	12.08	12.13	12.59	17.89	18.15	18.59

المطلوب:

1- حساب مستوى الرفاهية الاقتصادية للدول الثلاث خلال هذه المدة معتمداً المقياس الموسع للرفاهية.

2- هل حدث تغير في ترتيب الدول الثلاث وفقاً لهذا المقياس مقارنة بنتائج مقياس سن للرفاهية في مثال (2)؟

الحل:

$$w = \frac{\bar{M}\left(1 - \frac{G+T+F+1n}{4}\right)}{1-(E+H+S)}$$

الولايات المتحدة الأمريكية:

عام 2000

$$w = \frac{35081\left(1 - \frac{0.44+0.0064+0.066+0.0216}{4}\right)}{1-(0.0573+0.0579+0.0702)}$$

$$= \frac{35081\left(1 - \frac{0.534}{4}\right)}{1-0.1854}$$

$$= \frac{35081\,(1-0.1335)}{0.8146}$$

$$= \frac{35081\,(0.8665)}{0.8146}$$

$$= \frac{30397.6865}{0.8146} = 37316$$

عام 2005

$$w = \frac{42534\left(1 - \frac{0.464+0.0058+0.057+0.0333}{4}\right)}{1-(0.0527+0.067+0.0678)}$$

$$= \frac{42534\left(1 - \frac{0.5601}{4}\right)}{1-0.1875}$$

$$= \frac{42534\,(1-0.1400)}{0.8125}$$

$$= \frac{36579.24}{0.8125} = 45021$$

عام 2009:

$$w = \frac{45745\left(1 - \frac{0.469+0.0051+0.062+0.0092}{4}\right)}{1-(0.0545+0.0788+0.0679)}$$

$$= \frac{45745\left(1 - \frac{0.5453}{4}\right)}{1-(0.2012)}$$

$$= \frac{45745(1-0.1363)}{0.7988}$$

$$= \frac{39509.9595}{0.7988} = 49462$$

فنلندة:

عام 2000

$$w = \frac{23514\left(1 - \frac{0.24+0.133+0.126+0.0261}{4}\right)}{1-(0.0514+0.059+0.1208)}$$

$$= \frac{23514\left(1 - \frac{0.5251}{4}\right)}{1-0.2312}$$

$$= \frac{23514\,(1-0.13127)}{0.7688}$$

$$= \frac{20427.31722}{0.7688} = 26570$$

عام 2005

$$w = \frac{37290\left(1 - \frac{0.26+0.1363+0.124+0.0046}{4}\right)}{1-(0.0586+0.0631+0.1213)}$$

$$= \frac{37290\left(1 - \frac{0.5249}{4}\right)}{1-0.243}$$

$$= \frac{37290\,(1-0.131225)}{0.757}$$

$$= \frac{32396.61975}{0.757} = 42796$$

عام 2009

$$w=\frac{44577\left(1-\frac{0.259+0.12999+0.119+0.0107}{4}\right)}{1-(0.071+0.066+0.1359)}$$

$$=\frac{44577(1-\frac{0.51869}{4})}{1-0.2719}$$

$$=\frac{44577(1-0.1296725)}{0.7281}$$

$$=\frac{78796.58897}{0.7281}=53285$$

فرنسا:

عام 2000

$$w=\frac{21828\left(1-\frac{0.28+0.1064+0.141+0.0157}{4}\right)}{1-(0.08+0.0567+0.1789)}$$

$$=\frac{21828\left(1-\frac{0.5431}{4}\right)}{1-0.3156}$$

$$=\frac{21828\ (1-0.135775)}{0.6844}$$

$$=\frac{18864.3033}{0.6844}=27563$$

عام 2005

$$w=\frac{33913\ \left(1-\frac{0.277+0.1032+0.138+0.0191}{4}\right)}{1-(0.0853+0.0565+0.1815)}$$

$$=\frac{33913(1-\frac{0.5373}{4})}{1-0.3233}$$

$$=\frac{33913(1-0.134325)}{0.6767}$$

$$=\frac{29357.63628}{0.6767}=43384$$

عام 2009

$$w=\frac{40663\left(1-\frac{0.298+0.0947+0.135+0.0047}{4}\right)}{1-(0.0898+0.0620+0.1859)}$$

$$= \frac{40663(1-\frac{0.5324}{4})}{1-0.3377}$$

$$= \frac{40663(1-0.1331)}{0.6623}$$

$$= \frac{35250.7547}{0.6623} = 53225$$

يلاحظ حدوث تغير في ترتيب الدول الثلاث عند استخدام المقياس الموسع لقياس الرفاهية مقارنة بمقياس سن للرفاهية لعامي 2000، 2005 مع بقاء ترتيب الدول الثلاث على ما هو عليه لعام 2009؛ حيث أصبح الترتيب كالآتي:

الدولة / السنة	2000	2005	2009
الولايات المتحدة الأمريكية	1	1	3
فنلندة	3	3	1
فرنسا	2	2	2

4-3: المقياس المناطقي للرفاهية

يمكن استخدام مقياس سن للرفاهية في استنباط مقياس آخر يقيس مستوى الرفاهية الاقتصادية من الناحية المطلقة والنسبية بين دولتين خلال مدتين زمنيتين مختلفتين، وكذلك بين المناطق المختلفة ضمن الدولة الواحدة.

فمثلاً يمكن إيجاد الفرق المطلق لمستوى الرفاهية بين الأفراد في الحضر والريف، وفق الصيغة الآتية:

$$W_A = \bar{M}u\ (1 - Gu) - \bar{M}r\ (1 - Gr)$$

عندما:

W_A يمثل الفرق المطلق لمستوى الرفاهية بين الأفراد في الحضر والريف.

$\bar{M}u$ يمثل متوسط الدخل للفرد الحضري.

Gu يمثل معامل جيني لتوزيع الدخل للفرد الحضري.

$\bar{M}r$ يمثل متوسط الدخل للفرد الريفي.

Gr يمثل معامل جيني لتوزيع الدخل للفرد الريفي.

كما يمكن إيجاد الفرق النسبي لمستوى الرفاهية بين الأفراد في الحضر والريف وفقاً للصيغة الآتية:

$$W_R = \frac{\bar{M}u(1-G_u) - \bar{M}r\,(1-G_r)}{\bar{M}u(1-G_u)}$$

مثال4: إذا علمت أن متوسط دخل الأسرة في القطاع الحضري في العراق كان (140) دينار عام 1979 وبلغ (80) دينار للأسرة في القطاع الريفي في حين كان هذا المتوسط للأسرة في القطاع الحضري (107) دينار وفي القطاع الريفي (94) دينار عام 1988 وبأسعار سنة أساس 1979، كما بلغ معامل جيني لتوزيع الدخل (0302)و (0.314) للقطاعين الحضري والريفي على التوالي عام 1988.

المطلوب:

1- الفرق المطلق لمستوى الرفاهية بين الأسر في الحضر والريف للمدة 1979-1988.

2- الفرق النسبي لمستوى الرفاهية بين الأسر في الحضر والريف للمدة 1979-1988.

الحل:

1- الفرق المطلق لمستوى الرفاهية:

$$W_A = \bar{M}u\,(1 - Gu) - \bar{M}r\,(1 - Gr)$$

عام 1979

W_A = 140 (1-0.302) - 80 (1-0.314)

= 97.72 - 54.88

= 42.84

عام 1988:

W_A = 107 (1-0.306) - 94 (1-0.313)

= 74.258 - 64.578

= 9.68

∴ الفرق المطلق في مستوى الرفاهية بين الحضر والريف انخفض بمقدار (33.46) في عام 1988 قياساً بما كان عليه عام 1979.

2- الفرق النسبي لمستوى الرفاهية:

$$W_R = \frac{\bar{M}u(1-G_u)-\bar{M}r\ (1-G_r)}{\bar{M}u(1-G_u)}$$

عام 1979:

$$W_R = \frac{140(1-0.302)-80(1-0.314)}{140\ (1-0.302)}$$

$$= \frac{97.72-54.88}{97.72}$$

$$= 44\ \%$$

عام 1988:

$$W_R = \frac{107\ (1-0.306)-94\ (1-0.313)}{107\ (1-0.306)}$$

$$= \frac{743258-64.578}{74.258}$$

$$= 13\ \%$$

هذا يعني أن الفرق النسبي في مستوى الرفاهية بين الحضر والريف، انخفض بنسبة 31% عام 1988 قياساً بما كان عليه عام 1979.

كما ذكرنا سابقاً يمكن استخدام مقياس سن لقياس مستوى الرفاهية الاقتصادية بين دولتين خلال مدة زمنية معينة، فمثلاً يتم إيجاد الفرق المطلق لمستوى الرفاهية بين الدولة (1) والدولة (2) وفقاً للصيغة الآتية:

$$W_A = \bar{M}_1\ (1-G_1) - \bar{M}_2\ (1-G_2)$$

أما الفرق النسبي لمستوى الرفاهية بين الدولة (1) والدولة (2) فيكون وفق الصيغة الآتية:

$$W_R = \frac{\bar{M}_1(1-G_1)-\bar{M}_2(1-G_2)}{\bar{M}_1(1-G_1)}$$

مثال5: إذا كان متوسط الدخل ومعامل جيني لكل من النرويج وبريطانيا لعامي 2004 و2008 كما في الجدول الآتي:

السنة / المؤشر / الدولة	2004		2008	
	متوسط الدخل	**معامل جيني**	**متوسط الدخل**	**معامل جيني**
النرويج	38900	0.252	54800	0.251
بريطانيا	13080	0.340	15087	0.358

المطلوب:

1- الفرق المطلق لمستوى الرفاهية بين النرويج وبريطانيا للمدة 2004-2008.

2- الفرق النسبي لمستوى الرفاهية بين النرويج وبريطانيا للمدة 2004-2008.

الحل:

1- الفرق المطلق لمستوى الرفاهية بين الدولتين:

$$W_A = \bar{M}_1\,(1 - G_1) - \bar{M}_2\,(1 - G_2)$$

عام 2004

WA= 38900 (1-0.252) - 13080 (1-0.340)

= 29097 - 8633

= 20464

عام 2008

WA = 54800 (1-0.251) - 15087 (1-0.358)

= 41045 - 9686

= 31359

هذا معناه ارتفاع الفرق المطلق لمستوى الرفاهية الاقتصادية بين الدولتين بمقدار (10895) خلال المدة 2004-2008.

2- الفرق النسبي لمستوى الرفاهية بين الدولتين:

$$W_R = \frac{\bar{M}_1(1-G_1)-\bar{M}_2(1-G_2)}{\bar{M}_1(1-G_1)}$$

عام 2004

$$W_R = \frac{38900\,(1-0.252)-13080\,(1-0.340)}{38900\,(1-0.252)}$$

$$= \frac{29097-8633}{29097}$$

$$= 70\ \%$$

عام 2008

$$W_R = \frac{54800\,(1-0.251)-15087\,(1-0.358)}{54800\,(1-0.251)}$$

$$= \frac{41045-9686}{41045}$$

$$= 76\ \%$$

يتضح من خلال الفرق النسبي لمستوى الرفاهية بين الدولتين ارتفاع ذلك الفرق لـ(6%) عام 2008 قياساً بعام 2004.

4-4: تمارين

1- إذا علمت أن متوسط نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي هو (8912) دولار ومعامل جيني هو (0.52) في شيلي عام 2006.

المطلوب:

حساب مستوى الرفاهية الاقتصادية استناداً إلى مقياس سن للرفاهية.

2- البيانات التالية تمثل مؤشرات اقتصادية لألمانيا عام 2008:

- متوسط الدخل $(\bar{M})$= 25800 دولار.
- معامل جيني (G) = 0.302
- نسبة الضرائب على السلع والخدمات من الناتج (T) = 0.126
- نسبة الإنفاق على المواد الغذائية من مجمل الإنفاق (F) = 0.1077
- المعدل السنوي للتضخم (I_n) = 0.28
- نسبة الإنفاق الحكومي على التعليم (E) والصحة (H) والضمان الاجتماعي (S) = 0.2411

المطلوب:

1- حساب مستوى الرفاهية الاقتصادية حسب مقياس سن.

2- حساب مستوى الرفاهية الاقتصادية حسب المقياس الموسع للرفاهية.

3- البيانات في الجدول أدناه لكل من المكسيك وبولندا عام 2004:

المؤشرات	المكسيك	بولندا
متوسط نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي $(\bar{M})$	7223.869	6620.067
معامل جيني (G)	0.511	0.358
نسبة الضرائب على السلع والخدمات من الناتج (T)	0.091	0.115

نسبة الإنفاق على المواد الغذائية من مجمل الإنفاق (F)	0.249	0.210
المعدل السنوي للتضخم (I_n)	0.069	0.040
نسبة الإنفاق الحكومي على التعليم (E) والصحة (H) والضمان الاجتماعي (S)	0.077	0.094

المطلوب:

1- حساب مستوى الرفاهية الاقتصادية حسب مقياس سن للرفاهية وبيان ترتيب الدولتين.

2- حساب مستوى الرفاهية الاقتصادية حسب المقياس الموسع للرفاهية وبيان ترتيب الدولتين.

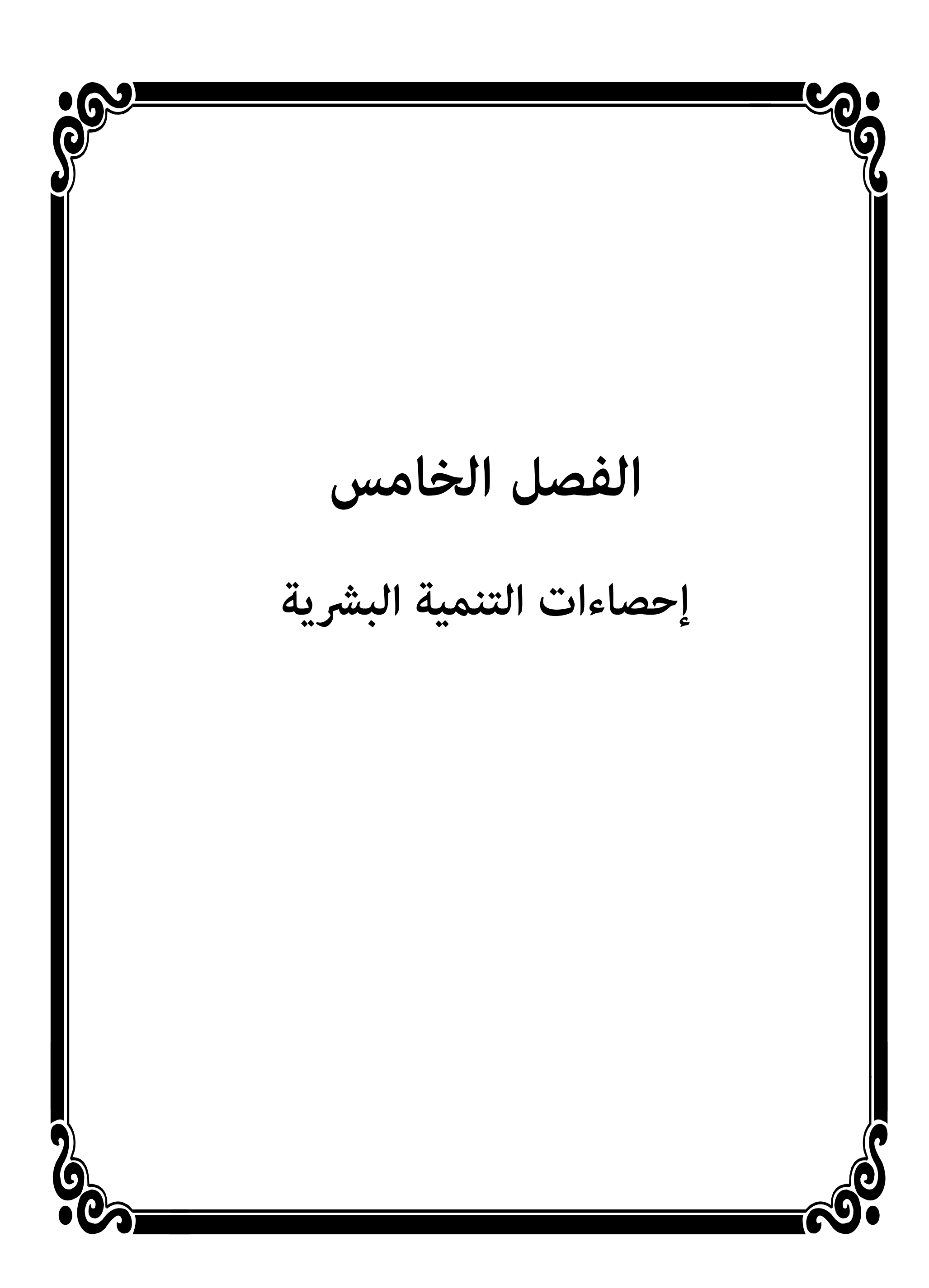
4- الجدول أدناه يوضح متوسط الدخل ومعامل جيني لكل من فنلندة وفرنسا عامي (2005) و (2009).

السنة / الدولة	2005		2009	
	متوسط الدخل	معامل جيني	متوسط الدخل	معامل جيني
فنلندة	37290	0.26	44577	0.259
فرنسا	33913	0.277	40663	0.298

المطلوب:

1- الفرق المطلق لمستوى الرفاهية بين فنلندة وفرنسا خلال المدة 2005-2009.

2- الفرق النسبي لمستوى الرفاهية بين فنلندة وفرنسا خلال المدة 2005-2009.



الفصل الخامس

إحصاءات التنمية البشرية

الفصل الخامس

إحصاءات التنمية البشرية

1-5 دليل التنمية البشرية.

2-5: الدليل الوطني للتنمية البشرية المرتبط بنوع الجنس **Gender.**

3-5: تمارين.

الفصل الخامس

إحصاءات التنمية البشرية

شهد العالم بعد عقد السبعينات من القرن العشرين ولادة منهج تنموي جديد عرف بمنهج الحاجات الأساسية، طرح من قبل منظمة العمل الدولية (ILD)، وقد سبق ذلك ومنذ منتصف هذا العقد وذلك القرن إعادة لتعريف التنمية الاقتصادية على أساس الجهود المبذولة لتخفيف الفقر وتحقيق العدلة وتوفير فرص العمل في سياق اقتصادي نامي.

لقد أصبح تعبير إعادة التوزيع في النمو شعاراً عاماً ومألوفاً، فإذا حدث انخفاض في مستويات عالية لمؤشرات الفقر والبطالة والتفاوت في توزيع الدخول يصبح بلا شك أن عملية التنمية في مسارها الصحيح، أما إذا ازدادت هذه المؤشرات أو أحدها فمن المستغرب أن نسمي ذلك تنمية حسب المفهوم الحديث الذي يركز على تنمية البشر أكثر من تنمية الأشياء، فالتركيز هنا ينصب على ثلاث قيم جوهرية تشكل الأساس المتين لعملية الارتقاء المستديمة للمجتمع البشري في سعيه نحو حياة أفضل وأكثر إنسانية، ويمكن تحديد هذه، القيم بالآتي:

1- توفير الحاجات الأساسية والمتمثلة بتخفيف الفقر والبطالة وإعادة توزيع الدخل لصالح الطبقات ذات الدخل المحدود المنخفض وغيرها.

2- تقدير الذات وما ينطوي على ذلك من حريات وممارسات.

3- التحرر من الجهل والمعتقدات الخرافية.

إن الحرية هنا تتضمن توسيع مدى الخيارات الأساسية بالنسبة للأفراد، والأهم من هذا هو الأحقية في الخيارات كما يقول أمارتيا سن، منذ عام 1990 تحديداً تم تدشين مفهوم التنمية البشرية رسمياً عندما تبناه برنامج الأمم المتحدة الإنمائي؛ حيث أصبح الإنسان هو صانع التنمية وهدفها وهو الثروة الحقيقية للأمم.

إن قدرات الأمة حسب المفهوم الجديد، تكمن فيما تمتلكه من قدرات بشرية مؤهلة ومدربة وقادرة على التكيف والتعامل مع أي جديد بكفاءة وفاعلية.

إن الأحقية التي وقف عندها تقرير التنمية البشرية لعام 2001 والمتمثلة بحق الإنسان بالعيش لفترة طويلة وحصوله على المعرفة وتمتعه بمستوى معيشي لائق، ليس لها حدود عبر الزمن، فهي في حالة تزايد كماً ونوعاً، لذا فإن مقاييس التنمية البشرية التي تكون صالحة اليوم تصبح مضللة في المستقبل نظراً لبروز حاجات جديدة تتطلب خيارات أوسع وبالتالي أحقيات مشروعة لتلبية تلك الخيارات.

إن دليل التنمية البشرية الذي سيتم التطرق إليه في هذا الفصل يكون قاصراً عند مقارنته بمفهوم التنمية البشرية لما يتمتع به الأخير من فضاءات واسعة لا يمكن تكميمها في دليل أو مجموعة من الأدلة للتنمية البشرية، كما سيتناول هذا الفصل الدليل الوطني للتنمية البشرية المرتبط بنوع الجنس وهو موضوع قلما تم التطرق إلى إحصاءاته وتطبيقاتها.

1-5 دليل التنمية البشرية

عقدت الأمم المتحدة عدة مؤتمرات منذ بداية التسعينات، تمخضت بدايتها عن تبني برنامج الأمم المتحدة لمفهوم التنمية البشرية، ثم إصدار دليل التنمية البشرية وفق ما جاء في تقرير التنمية البشرية لعام 2001، ويتضمن هذا الدليل ثلاثة أدلة تتراوح قيمة كل منهما بين الصفر والواحد الصحيح، وهذه الأدلة هي دليل العمر المتوقع عند الولادة ودليل التحصيل العلمي، ودليل نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي.

استناداً إلى ما جاء في تقرير التنمية البشرية لعام 2013 تم تقسيم الدليل حسب الأهداف المرسومة إلى أربعة مستويات هي:

1- تنمية بشرية مرتفعة جداً؛ حيث تكون قيمة الدليل (0.800 فأكثر).

2- تنمية بشرية مرتفعة؛ حيث تكون قيمة الدليل (0.712-0.799).

3- تنمية بشرية متوسطة؛ حيث تكون قيمة الدليل (0.536-0.711).

4- تنمية بشرية منخفضة؛ حيث تكون قيمة الدليل (0.535 فأقل).

إن دليل التنمية البشرية يمكن التعبير عنه من خلال الصيغة الآتية:

$$HDI = \frac{1}{3}(H_1 + H_2 + H_3)$$

حيث أن:

HDI يمثل دليل التنمية البشرية.

H_1 يمثل دليل العمر المتوقع.

H_2 يمثل دليل التحصيل العلمي.

H_3 يمثل نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي.

إن لكل من الأدلة الفرعية التي يحويها هذا الدليل صيغة يمكن من خلالها التعرف على قيمة هذه الأدلة، وكالآتي:

$$H_1 = \frac{LE - Min\ (LE)}{Max\ (LE) - Min(LE)}$$

حيث أن:

H_1 يمثل دليل العمر المتوقع.

LE يمثل العمر المتوقع عند الولادة.

Min (LE) يمثل الحد الأدنى للعمر المتوقع عند الولادة عالمياً.

Max (LE) يمثل الحد الأقصى للعمر المتوقع عند الولادة عالمياً.

$$H_1 = \frac{2LR + ER}{3}$$

حيث أن:

H_2 يمثل دليل التحصيل العلمي.

LR يمثل معدل معرفة القراءة والكتابة عند البالغين.

ER يمثل معدل القيد الإجمالي لجميع مراحل التعليم.

يلاحظ أن دليل التحصيل العلمي أعطى ثلثي الأهمية لمعدل معرفة القراءة والكتابة عند البالغين وثلث الأهمية لمعدل القيد الإجمالي لجميع مراحل التعليم.

$$H_3 = \frac{GDP - Min(GDP)}{Max(GDP) - Min(GDP)}$$

حيث أن:

H_3 يمثل نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي.

GDP يمثل معدل نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي.

Min (GDP) يمثل الحد الأدنى العالمي لمعدل نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي.

Max (GDP) يمثل الحد الأقصى العالمي لمعدل نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي.

إن دليل نصيب الفرد مـن النـاتج المحـلي الإجـمالي وفـق الصـيغة أعـلاه، جـرى تعـديلها بالاستعاضة عن معدل نصيب الفرد من النـاتج المحـلي الإجـمالي بالـدخل، بعـد أهـذ اللوغـاريتم الطبيعي له، إن تحديد الدخل جاء هنا استناداً لكون المنفعة الحدية لـه تتنـاقص بزيـادة عنـدما يزداد، وعلى هذا الأساس أصبحت الصيغة الجديدة للدليل السابق كالآتي:

$$H_3 = \frac{Log(y) - Log(Y)Min}{Log(Max) - Log(Y)Min}$$

حيث أن:

H_3 يمثل دليل نصيب الفرد من الناتج المحلي الإجمالي الحقيقي المعدل.

Log (Y) يمثل لوغاريتم معدل القيمة الفعلية للدخل (القوة الشرائية للفرد).

Log (Y) Min يمثل لوغاريتم معدل القيمة الدنيا للدخل (القوة الشرائية).

Log (Y) Max يمثل لوغاريتم معدل القيمة القصوى للدخل (القوة الشرائية).

مثال1: البيانات التالية تتعلق بمؤشرات العمر المتوقع ومعدل التحصيل العلمي، ومعدل القيمة الفعلية للدخل في إحدى الدول لسنة معينة.

- العمر المتوقع عند الولادة = 63 سنة.
- معدل معرفة القراءة والكتابة عند البالغين = 0.906
- معدل القيد الإجمالي = 0.642
- معدل القيمة الفعلية للدخل = 2860 دولار.

فإذا علمت أن:

- الحد الأدنى للعمر المتوقع عند الولادة عالمياً = 25 سنة.
- الحد الأقصى للعمر المتوقع عند الولادة عالمياً = 85 سنة.
- معدل القيمة الدنيا للدخل عالمياً = 100 دولار.
- معدل القيمة الأقصى للدخل عالمياً = 40000 دولار.

المطلوب:

باعتماد دليل التنمية البشرية، في أي مستوى للتنمية البشرية تقع هذه الدولة.

الحل:

$$HDI = \frac{1}{3}(H_1 + H_2 + H_3)$$

$$H_1 = \frac{LE - Min(LE)}{Max(LE) - Min\,(LE)}$$

$$\therefore H_1 = \frac{63-25}{85-25} = \frac{38}{60} = 0.633$$

$$H_2 = \frac{2LR + ER}{3}$$

$$\therefore H_2 = \frac{2(0.906)+0.642}{3} = \frac{2.454}{3} = 0.818$$

$$H_3 = \frac{Log(Y) - Log(Y)Min}{LogMax - Log(Y)Min}$$

$$H_3 = \frac{3.456-2.000}{4.602-2.000} = \frac{1.456}{2.602} = 0.560$$

$$\therefore HDI = \frac{1}{3}(0.633 + 0.818 + 0.560)$$

$$= \frac{2.011}{3} = 0.670$$

هذا يعني أن مستوى التنمية البشرية لهذه الدولة هو مستوى تنمية بشرية متوسطة لوقوع قيمة الدليل بين (0.536-0.711).

مثال2: سجل دليل التنمية البشرية لدولة معينة قيمة (0.646) عام 2002، فوضعت في خططها العشرية القادمة إصلاحات في برامج التعليم والصحة، ووفقاً للبيانات التالية لعام 2012:

- العمر المتوقع عند الولادة = 66 سنة.
- معدل معرفة القراءة والكتابة عند البالغين = 0.837.
- معدل القيد الإجمالي لجميع مراحل التعليم = 0.445.
- معدل القوة الشرائية للفرد = 14815 دولار.

فإذا علمت أن:

- الحد الأدنى للعمر المتوقع عند الولادة عالمياً = 25 سنة.
- الحد الأقصى للعمر المتوقع عند الولادة عالمياً = 85 سنة.
- أدنى معدل للقوة الشرائية عالمياً = 100 دولار.
- أقصى معدل للقوة الشرائية عالمياً = 40000 دولار.

المطلوب:

هل حصل تحسن في دليل التنمية البشرية لعام 2012 قياساً بما كان عليه عام 2002؟

الحل:

$$HDI = \frac{1}{3}(H_1 + H_2 + H_3)$$

$$H_1 = \frac{LE - Min(LE)}{Max(LE) - Min(LE)}$$

$$= \frac{66-25}{85-25} = \frac{41}{60} = 0.683$$

$$H_2 = \frac{2LR+ER}{3}$$

$$= \frac{2(0.837)+(0.445)}{3}$$

$$= \frac{2.119}{3} = 0.706$$

$$H_3 = \frac{Log(Y) - Log(Y)Min}{Log(Y)Max - Log(Y)Min}$$

$$= \frac{4.171-2.000}{4.602-2.000}$$

$$= \frac{2.171}{2.602} = 0.843$$

$$\therefore HDI = \frac{1}{3}(0.683 + 0.706 + 0.843)$$

$$= \frac{2.232}{3} = 0.744$$

هذا يعني أنه حصل تحسن في دليل التنمية البشرية لعام 2012؛ حيث ازدادت قيمة الدليل إلى (0.744) وبذلك أصبحت الدولة ضمن مستوى تنمية بشرية مرتفعة، بعد أن كانت ضمن مستوى تنمية بشرية متوسطة (0.646) عام 2002.

مثال3: الجدول التالي يحتوي على بيانات تمثل مؤشرات العمر المتوقع عند الولادة ومعدل التحصيل الدراسي ومعدل القوة الشرائية لأربع دول في سنة معينة:

المؤشــــــر	الدولة			
	A	B	C	D
العمر المتوقع عند الولادة (سنة)	54	74	60	63
الحد الأدنى للعمر المتوقع عالمياً	25	25	25	25
الحد الأقصى للعمر المتوقع عالمياً	85	85	85	85
معدل معرفة القراءة والكتابة عند البالغين	0.578	0.928	0.828	0.775
معدل القيد الإجمالي لمختلف المراحل الدراسية	0.408	0.781	0.543	0.641
معدل القيمة الفعلية للدخل (دولار)	1041	20248	15428	7740
أعلى معدل للقيمة الفعلية للدخل عالمياً	40000	40000	40000	40000
أدنى معدل للقيمة الفعلية للدخل عالمياً	100	100	100	100

المطلوب:

حسب دليل التنمية البشرية، ما هي مستويات التنمية البشرية لهذه الدول؟

الحل:

$$HDI = \frac{1}{3}(H_1 + H_2 + H_3)$$

$$H_1 = \frac{LE - Min(LE)}{Max(LE) - Min(LE)}$$

$$H_2 - \frac{2LR + ER}{3}$$

$$H_3 = \frac{Log(Y) - Log(Y)Min}{Log(Y)Max - Log(Y)Min}$$

الدولة A

$$H_1 = \frac{54-25}{84-25}$$
$$= \frac{29}{60} = 0.483$$
$$H_2 = \frac{2(0.578)+0.408}{3}$$
$$= \frac{1.564}{3} = 0.521$$
$$H_3 = \frac{Log1040-Log100}{Log40000-Log\,100}$$
$$= \frac{3.017-2.000}{4.602-2.000}$$
$$= \frac{1.017}{2.602} = 0.391$$
$$\therefore HDI = \frac{1}{3}(0.483 + 0.521 + 0.391)$$
$$= \frac{1.395}{3} = 0.465$$

هذا يعني أن مستوى التنمية البشرية للدولة A هو مستوى تنمية بشرية منخفضة؛ لأنها تقع بين (0.535 فأقل).

الدولة B:

$$H_1 = \frac{74-25}{85-25}$$
$$= \frac{49}{60} = 0.817$$
$$H_2 = \frac{2(0.928)+0.781}{3}$$
$$= \frac{2.637}{3} = 0.879$$
$$H_3 = \frac{Log\,20248-Log100}{Log40000-Log\,100}$$
$$= \frac{4.306-2.000}{4.602-2.000}$$
$$= \frac{2.306}{2.602} = 0.886$$

$$\therefore HDI = \frac{1}{3}(0.817 + 0.879 + 0.886)$$
$$= \frac{2.582}{3} = 0.861$$

أن قيمة دليل التنمية البشرية للدولة B هي (0.861) وهي تعني أن التنميـة البشريـة لهذه الدولة تقع في مستوى تنمية بشرية مرتفعة جداً لكون قيمة الـدليل لهـا يقـع بـين (0.800 فأكثر).

الدولة C:

$$H_1 = \frac{60-25}{85-25}$$
$$= \frac{35}{60} = 0.583$$
$$H_2 = \frac{2(0.828)+0.543}{3}$$
$$= \frac{2.199}{3} = 0.733$$
$$H_3 = \frac{Log15428 - Log100}{Log40000 - Log100}$$
$$= \frac{4.188-2.000}{4.602-2.000}$$
$$= \frac{2.188}{2.602} = 0.841$$
$$\therefore HDI = \frac{1}{3}(0.583 + 0.733 + 0.841)$$
$$= \frac{2.157}{3} = 0.719$$

أن مستوى التنمية البشرية في الدولة C هو مستوى تنمية بشرية مرتفعـة كـون قيمـة الدليل (0.719) تقع بين (0.799-0.712).

الدولة D:

$$H_1 = \frac{63.25}{85-25}$$

$$= \frac{38}{60} = 0.633$$

$$H_2 = \frac{2(0.775)+0.641}{3}$$

$$= \frac{2.191}{3} = 0.730$$

$$H_3 = \frac{Log7740-Log100}{Log40000-Log100}$$

$$= \frac{3.889-2.000}{4.602-2.000}$$

$$= \frac{1.889}{2.602} = 0.706$$

$$\therefore HDI = \frac{1}{3}(0.633 + 0.730 + 0.726)$$

$$= \frac{2.089}{3} = 0.696$$

هذا يعني أن مستوى التنمية البشرية للدولة D يقع ضمن مستوى التنمية البشرية المتوسطة لكون قيمة الدليل (0.696) تقع بين (0.536-0.711).

2-5: الدليل الوطني للتنمية البشرية المرتبط بنوع الجنس Gender

إن هذا الدليل لا يختلف عن الدليل الوطني للتنمية البشرية ولكنه يعكس درجة التفاوت في الإنجاز بين الرجل والمرأة، فهو يعدل متوسط إنجاز كل بلد من حيث الدخل والعمر المتوقع عند الولادة، والتحصيل العلمي، وفقاً للتفاوت بين إنجازات كل من الرجل والمرأة، ويتكون من ثلاثة أدلة أيضاً وتأخذ صيغته الشكل التالي، علماً أن قيمة هذا الدليل يقع بين الصفر والواحد، وكلما اقتربت القيمة من الواحد كان تفاوت الإنجاز بين الرجل والمرأة منخفض والعكس صحيح.

$$GHDI = \frac{1}{3}(H_1 + H_2 + H_3)$$

حيث أن:

GHDI يمثل الدليل الوطني للتنمية البشرية المرتبط بنوع الجنس.

H_1 يمثل دليل العمر المتوقع عند الولادة بالتساوي بين الذكور والإناث.

H_2 يمثل دليل التحصيل العلمي بالتساوي بين الذكور والإناث.

H_3 يمثل الدخل الموزع بالتساوي بين الذكور والإناث.

$$H_1 = \left[N_1 \left(\frac{LEF - Min(LEF)}{Max(LE)}\right)^{\epsilon-1} + N_2 \left(\frac{LEM - Min(LEM)}{Max(LE)}\right)^{\epsilon-1}\right]^{\epsilon-1}$$

حيث أن:

H_1 يمثل دليل العمر المتوقع عند الولادة.

N_1 يمثل نسبة الإناث إلى مجموع السكان.

LEF يمثل العمر المتوقع للإناث.

Min (LEF) يمثل الحد الأدنى العالمي للعمر المتوقع للإناث.

Max (LE) يمثل الحد الأقصى العالمي للعمر المتوقع للذكور والإناث.

N_2 يمثل نسبة الذكور إلى مجموع السكان.

LEM يمثل العمر المتوقع للذكور.

Min (LEM) يمثل الحد الأدنى العالمي للعمر المتوقع للذكور.

$\in$ يمثل معلمة الابتعاد عن انعدام المساواة (قيمة افتراضية).

$$H_2 = [N_1 G_1^{\epsilon-1} + N_2 G_2^{\epsilon-1}]^{\epsilon-1}$$

عندما:

$$G_1 = \frac{1}{3} LRF + \frac{2}{3} ERF$$
$$G_2 = \frac{1}{3} LRM + \frac{2}{3} ERM$$

حيث أن:

LRF يمثل نسبة الإناث اللاتي يعرفن القراءة والكتابة.

ERF يمثل نسبة الإناث المسجلات في التعليم الابتدائي والثانوي والعالي.

LRM يمثل نسبة الذكور الذين يعرفون القراءة والكتابة.

ERM يمثل نسبة الذكور المسجلين في التعليم الابتدائي والثانوي والعالي.

$$G_3 = \frac{SGDP - Min\ (S_{GDP})}{Max(S_{GDP}) - Min(S_{GDP})}$$

عندما:

$$S_{GDP} = \bar{Y}[N_1^{\epsilon} W_1^{1-\epsilon} + N_2^{\epsilon} W_2^{1-\epsilon}]^{1-\epsilon}$$

حيث أن:

Y يمثل معدل نصيب الفرد من الناتج المحلي الحقيقي.

N_1 يمثل نسبة الإناث إلى مجموع السكان.

W_1 يمثل حصة الإناث من الدخل.

N_2 يمثل نسبة الذكور من مجموع السكان.

W_2 يمثل حصة الذكور من الدخل.

وإن:

$$W_1 = \frac{E_1}{\bar{E}}.UF$$
$$W_2 = \frac{E_2}{\bar{E}}.UM$$
$$\bar{E} = UF.E_1 + UM.E_2$$

كون:

E_1: يمثل نسبة أجر الإناث إلى الذكور.

E_2 يمثل أجر الذكور.

UF يمثل حصة الإناث من السكان النشطين اقتصادياً.

UM يمثل حصة الذكور من السكان النشطين اقتصادياً.

مثال4: إذا توفرت لديك البيانات التالية لدولة معينة في سنة معينة:

LEF = 70 سنة   LEM = 65 سنة

LRF = 40%   LRM = 60%

ERF = 60%   ERM = 75%

UF = 0.25   UM = 75%

E1 = 0.70   E2 = 1.00

N1 = 0.40   N2 = 0.60

Min (LEF) = 27   Min (LEM) = 22

$\bar{Y}$ = 1500 $

Max (LE) = 60

Min (S_{GDP}) = 100 $

Max (S_{GDP}) = 5000 $

بافتراض أن معلمة الابتعاد عن المساواة (ϵ) = 3.

المطلوب: حساب الدليل الوطني للتنمية البشرية المرتبط بنوع الجنس لهذه الدولة.

الحل:

$$GHDI = \frac{1}{3}(H_1 + H_2 + H_3)$$

$$H_1 = \left[N_1\left(\frac{LEF - Min(LEF)}{Max(LE)}\right)^{\epsilon-1} + N_2\left(\frac{LEM - Min(LEM)}{Max(LE)}\right)^{\epsilon-1}\right]^{\epsilon-1}$$

$$= \left[0.40\left(\frac{70-27}{60}\right)^2 + 0.60\left(\frac{65-22}{60}\right)^2\right]^2$$

$$= [(0.40)(0.717)^2 + (0.60)(0.717)^2]^2$$

$$= (0.206 + 0.308)^2$$

$$= (0.514)^2 = 0.264$$

$$H_2 = [N_1 G_1^{\epsilon-1} + N_2 G_2^{\epsilon-1}]^{\epsilon-1}$$

$$G_1 = \frac{1}{3}LRF + \frac{2}{3}ERF$$

$$= \frac{1}{3}(0.40) + \frac{2}{3}(0.60)$$

$$= 0.133 + 0.400$$

$$= 0.533$$

$$G_2 = \frac{1}{3}LRM + \frac{2}{3}ERM$$

$$= \frac{1}{3}(0.60) + \frac{2}{3}(0.75)$$

$$= 0.200 + 0.500$$

$$= 0.700$$

$$\therefore H_2 = [(0.40)(0.533)^2 + (0.60)(0.700)^2]^2$$

$$= [(0.40)(0.284) + (0.60)(0.490)]^2$$

$$= [(0.114) + (0.294)]^2$$

$$= (0.408)^2 = 0.166$$

$$H_3 = \frac{S_{GDP} - Min\,(S_{GDP})}{Max(S_{GDP}) - Min(S_{GDP})}$$

$$S_{GDP} = \bar{Y}[N_1^{\epsilon} W_1^{1-\epsilon} + N_2^{\epsilon} W_2^{1-\epsilon}]^{1-\epsilon}$$

$$W_1 = \frac{E_1}{\bar{E}}.UF$$

$$W_2 = \frac{E_2}{\bar{E}}.UM$$

$$\bar{E} = UF.E_1 + UM.E_2$$

$$= (0.25)(0.70) + (0.75)(1.00)$$

$$= 0.175 + 0.75$$

$$= 0.925$$

$$\therefore W_1 = \frac{0.70}{0.925}(0.25)$$

$$= 0.189$$

$$W_2 = \frac{1.00}{0.925}(0.75)$$

$$= 0.811$$

$$\therefore S_{GDP} = 1500[(0.40)^3(0.189)^{-2} + (0.60)^3(0.811)^{-2}]^{-2}$$

$$= 1500\left[\frac{0.064}{(0.189)^2} + \frac{0.216}{(0.811)^2}\right]^{-2}$$

$$= 1500(1.778 + 0.328)^{-2}$$

$$=1500\ (2.106)^{-2}$$

$$= \frac{1500}{(2.106)^2}$$

$$= \frac{1500}{4.435} = 338.219$$

$$\therefore H_3 = \frac{338.219-100}{5000-100}$$

$$= \frac{238.219}{4900} = 0.049$$

$$\therefore GHDI = \frac{1}{3}(0.264 + 0.166 + 0.049)$$

$$= \frac{0.479}{3} = 0.160$$

إن قيمة دليل التنمية البشرية المرتبط بالجنس لهذه الدولة = 0.160، وهي تمثل قيمة صغيرة قياساً إلى الحد الأقصى للمقياس الذي = 1، أي أن قيمة الدليل تقترب من الصفر، وهذا ناتج من قيمة (ϵ) التي = 3 والتي تمثل مسافة الابتعاد عن المساواة وبالتالي فإن هذا يعني أن التفاوت في الانجاز بين الذكور والاناث مرتفع.

3-5: تمارين

1- البيانات التالية لدولة كوستاريكا عام 2002 بمؤشرات العمر المتوقع والتحصيل العلمي ونصيب الفرد من الناتج القومي المحلي الإجمالي.

- العمر المتوقع عند الولادة = 78 سنة.
- معدل معرفة القراءة والكتابة عند البالغين = 0.958.
- معدل القيد الإجمالي لمختلف المراحل الدراسية = 0.690.
- معدل القيمة الفعلية للدخل = 8840 دولار.

المطلوب:

حساب دليل التنمية البشرية لدولة كوستاريكا؟

2- البيانات أدناه تمثل مؤشرات لمعدلات العمر والتحصيل الدراسي والقوة الشرائية لدولتين A, B.

المؤشر	الدولة	
	A	B
العمر المتوقع عند الولادة (سنة).	76	60
الحد الأدنى للعمر المتوقع عالمياً.	25	25
الحد الأقصى للعمر المتوقع عالمياً.	85	85
معدل معرفة القراءة والكتابة عند البالغين.	0.915	0.624
معدل القيد الإجمالي لمختلف المراحل الدراسية.	0.810	0.493
معدل القيمة الفعلية للدخل (دولار).	14860	6828
أعلى معدل للقيمة الفعلية للدخل عالمياً.	40000	40000
أدنى معدل للقيمة الفعلية للدخل عالمياً.	100	100

المطلوب: في أي مستوى تقع كل من هاتين الدولتين حسب دليل التنمية البشرية؟

3- إذا توافرت لديك البيانات التالية لدولة تركيا عام 2000، والتي تتعلق بمؤشرات مرتبطة بنوع الجنس كالآتي:

LEF يمثل العمر المتوقع للإناث = 73.1 سنة.

LRF يمثل الإناث اللائي يعرفن القراءة والكتابة = 61.8%.

ERF يمثل الإناث المسجلات في التعليم = 78.5%.

N_1 يمثل نسبة الإناث إلى مجموع السكان = 0.496.

E_1 يمثل نسبة أجر الإناث إلى الذكور = 0.80

UF يمثل حصة الإناث في السكان النشطين اقتصادياً = 0.30.

Min (LEF) يمثل الحد الأدنى العالمي للعمر المتوقع للإناث = 27.5 سنة.

LEM يمثل العمل المتوقع للذكور = 67.9.

LRM يمثل نسبة الذكور الذين يعرفون القراءة والكتابة = 73.5%.

ERM يمثل نسبة الذكور المسجلين في التعليم = 94.4%.

N_2 يمثل نسبة الذكور إلى مجموع السكان = 0.504.

E_2 يمثل نسبة أجر الذكور = 1.

UM يمثل حصة الذكور من السكان النشطين اقتصادياً = 0.70.

Min (LEM) يمثل الحد الأدنى العالمي للعمر المتوقع للذكور = 22.5 سنة.

Y يمثل متوسط نصيب الفرد من الناتج المحلي الحقيقي = 7873 دولار.

Max (LE) يمثل الحد الأقصى العالمي للعمر المتوقع للذكور والإناث = 60 سنة.

Max (SGDP) = 40000 دولار.

Min (SGDP) = 100 دولار.

(ϵ) يمثل معلمة الاستبعاد عن المساواة = 3.

المطلوب:

حساب الدليل الوطني للتنمية البشرية بنوع الجنس في تركيا؟



الفصل السادس

إحصاءات الفقر البشري

الفصل السادس

إحصاءات الفقر البشري

6-1: دليل الفقر البشري للدول النامية (HPI_{-1}).

6-2: دليل الفقر البشري للدول الصناعية المتقدمة (HPI_{-2}).

6-3: دليل الفقر البشري الوطني (HPNI).

6-4: تمارين.

الفصل السادس

إحصاءات الفقر البشري

يعتبر الأفراد ذوي الموارد التي تقل إلى درجة تبعدهم عن الحد الأدنى المقبول للحياة، أنهم فقراء، ففي عام 1994 حدد المجلس الأوروبي المحرومين بأنهم فئة من الأفراد تخرج من مجالات التمتع بحقوق الإنسان جزئياً أو كلياً.

إننا هنا سوف لا نناقش إحصاءات خطوط الفقر أو مؤشراته، وإنما سيتم التركيز على الفقر البشري الذي لا يعني انخفاض الدخل فحسب؛ لأن الدخل لا يعكس جميع الطموحات في حياة الفرد، لذا فإن الفقر البشري أوسع نطاقاً وله أكثر من مقياس، فمن الصعب التعبير عن جميع أبعاد الفقر البشري في دليل كمي وحيد، وعليه استخدم بعد عام 1997 مقياس دليل الفقر البشري (HP-1) الذي جمع في دليل مركب واحد أوجه الحرمان فيما يتعلق بمؤشرات أساسية لحياة الإنسان والمتمثلة بالحياة المديدة الصحية، والمعرفة والأمان الاقتصادي المعرف بمستوى معيشة لائق وهذا يخص الدول النامية، أما في الدول الصناعية المتقدمة فقد أضيف دليل فرعي رابع هو الشمول الاجتماعي المعرف بنسبة البطالة.

عليه يتبين أن هناك دليلان لحساب الفقر البشري، الأول هو دليل الفقر البشري للدول النامية (HPI_{-1})، والثاني: هو دليل الفقر البشري للدول المتقدمة (HPI_{-2}).

وبالنظر لكون دليل الفقر مقياس مركب، فإنه يساعد على استخدام بعض المؤشرات الأخرى التفصيلية إضافة للمذكورة أعلاه، مثل فقدان الأمان المتمثلة بتقييد الحريات والاضطهاد السياسي والفكري والعنف والجريمة وغيرها، وأن طبيعة هذه المؤشرات وعددها تحدد استناداً للواقع الاقتصادي والاجتماعي والسياسي للبلد المعني، عليه يمكن أن نضع دليلاً مقترحاً للفقر البشري الوطني يكون معرفاً بـ (HPNI) يكون مناسباً لبعض الدول النامية ذات الوضع الخاص كالعراق مثلاً.

6-1: دليل الفقر البشري للدول النامية (HPI_{-1})

يقيس هذا الدليل نسبة الحرمان من الأدلة الثلاثة التي قدمها دليل التنمية البشرية وهي:

1- حياة مديدة وصحية: وقوع الوفاة في سن مبكرة ويقاس بنسبة السكان الذين يقل عمرهم المتوقع عند الولادة عن (40) سنة (% من السكان).

2- المعرفة: الحرمان من القراءة والكتابة والاتصالات ويقاس بمعدل الأمية (% من السكان من عمر 10 سنوات فأكثر).

3- مستوى معيشة لائق: نقص في الأمان الاقتصادي، وهو دليل فرعي مركب يتكون من:

- النسبة المئوية من السكان الذين لا تتوفر لهم مياه آمنة.
- النسبة المئوية من السكان الذين لا تتوفر لهم خدمات صحية.
- النسبة المئوية من الأطفال دون الخامسة ويعانون من نقص الوزن.

إن الصيغة المبسطة لتقدير دليل الفقر البشري (HPI-1) هي الطريقة التي قدمها Anand وSen عام 1997 كالآتي:

$$HPI_{-1} = \left[\frac{W_1 P_1^a + W_2 P_2^a + W_3 P_3^a}{W_1 + W_2 + W_3}\right]^{\frac{1}{a}}$$

إن W يمثل الأوزان أو الأهمية النسبية للأدلة P1, P2, P3 وهي قد تكون متساوية أي W3 = W2 = W1 =1، أو تعطي أهمية نسبية لأحدها أكثر من الثاني مثل W_2=W_1=1، W_3=2، وحسب دقة البيانات المتعلقة بالدليل المعني، أو لسبب آخر يعتقده الباحث.

أما a فإنها تمثل مقدار الحساسية للفقر البشري و =3 وعندها فإن دليل الفقر البشري سيمثل بمتوسط أدلته P1, P2, P3، وعندما تزداد قيمة a فإن وزن الأدلة أعلاه سيزداد وبالتالي يزداد الفقر البشري.

لذا تصبح صيغة دليل الفقر البشري عندما W1=W2=W3 وأن 1=a كالآتي:

$$HPI_{-1} = \left[\frac{P_1+P_2+P_3}{3}\right]$$
$$= \frac{1}{3}(P_1 + P_2 + P_3)$$

عندما:

P_1: يمثل نسبة الأفراد الذين لا يتوقع أن يعيشوا حتى سن الأربعين.

P_2: يمثل معدل الأمية (10 سنوات فأكثر).

P_3: يمثل معدل الحرمان من مستوى المعيشة الكريمة، ويتمثل بالمتوسط البسيط لمكوناته الثلاثة التالية:

$$P_3 = \frac{P(h)+P(w)+P(u)}{3}$$

عندما:

P(h) يمثل نسبة المحرومين من الرعاية الصحية الجيدة.

P(w) يمثل نسبة المحرومين من مياه الشرب الصالحة.

P(u) يمثل نسبة الأطفال ناقصي الوزن.

مثال1: إذا توفرت لديك البيانات التالية لدولة نامية:

- نسبة السكان الذين يقل عمرهم المتوقع عن 40 سنة = 24%.
- معدل الأمية للبالغين = 30.6%.
- نسبة المحرومين من الرعاية الصحية الجيدة = 55%.
- نسبة المحرومين من مياه الشرب الصالحة = 70%.
- نسبة الأطفال ناقصي الوزن = 45%.

عندما 1=W1=W2=W3

1=a

المطلوب: حساب دليل الفقر البشري (HPI_{-1}) لهذه الدولة؟

الحل:

$$HPI_{-1} = \frac{1}{3}(P_1 + P_2 + P_3)$$

$$P_3 = \frac{P(h)+P(w)+P(u)}{3}$$

$$= \frac{55+70+45}{3}$$

$$= \frac{137}{3} = 45.7$$

$$\therefore HPI_{-1} = \frac{1}{3}(24.0 + 30.6 + 45.7)$$

$$= \frac{100.3}{3} = 33.4$$

مثال2: استخدم نفس بيانات مثال (1) لإيجاد دليل الفقر البشري (HPI-1) عندما $1=W_1=W_2=W_3$ و3=a وبين انطباعك عن النتيجة.

الحل:

$$HPI_{-1} = \left[\frac{W_1P_1^a+W_2P_2^a+W_3P_3^a}{W_1+W_2+W_3}\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$P_3 = \frac{P(h)+P(w)P(u)}{3}$$

$$= \frac{50+70+45}{3}$$

$$= \frac{137}{3} = 45.7$$

$$\therefore HPI_{-1} = \left[\frac{P_1^q+P_2^q+P_3^q}{3}\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$= \left[\frac{(24)^3+ (30.6)^3+(45.7)^3}{3}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left[\frac{(13824.0+(28652.6)+(95444.0)}{3}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{137920.6}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (45973.53)^{\frac{1}{3}} = 53.8$$

يلاحظ ارتفاع قيمة دليل الفقر البشري عندما a=3 قياساً بقيمتها a=1 في مثال (1) وذلك بسبب زيادة مقدار الحساسية التي تمثلها a.

مثال3: استخدم نفس بيانات مثال (1) لإيجاد دليل الفقر البشري (HPI_{-1}) عندما $W_1=W_2=1$، $W_3=2$، a=3 وبين انطباعك عن النتيجة.

الحل:

$$HPI_{-1} = \left[\frac{W_1P_1^a + W_2P_2^a + W_3P_3^a}{W_1+W_2+W_3}\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$= \left[\frac{P_1^a + P_2^a + 2P_3^a}{4}\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$P_3 = \frac{P(h)+P(w)+P(u)}{3}$$

$$= \frac{55+70+45}{3}$$

$$= \frac{137}{3} = 45.7$$

$$HPI_{-1} = \left[\frac{(24.0)^3 + (30.6)^3 + 2(45.7)^3}{4}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left[\frac{(13824.0)+(28652.6)+(190888.0)}{4}\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{233364.6}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (58341.2)^{\frac{1}{3}} = 38.8$$

عندما زادت قيمة W_3 من 1 إلى 2، وهي تمثل الوزن النسبي لدليل معدل الحرمان من مستوى المعيشة اللائق المرتفع اصلاً قياساً بباقي الأدلة الفرعية، يلاحظ ارتفاع قيمة دليل الفقر البشري من 35.8 إلى 38.8.

مثال4: من مسح أحوال المعيشة في العراق لعام 2004، توفرت البيانات التالية عن محافظات بغداد وأربيل، وصلاح الدين ونينوى والبصرة والنجف:

مؤشرات دليل الفقر البشري	بغداد	أربيل	صلاح الدين	نينوى	البصرة	النجف
نسبة السكان الذين يقل عمرهم عن 40 سنة.	17	17	17	17	17	17
معدل الأمية (10سنوات فأكثر).	15	31	34	29	20	26
نسبة المحرومين من الرعاية الصحية الجيدة.	12.7	10.1	14.2	15.8	9.5	11.5
نسبة المحرومين من مياه الشرب الصالحة.	36	32	34	32	22	24
نسبة الأطفال ناقصي الوزن.	10.7	25.9	9.6	9	8.4	9.1

عندما: $1=W_1=W_2=W_3$، $3=a$

المطلوب: حساب دليل الفقر البشري (HPI-1) للمحافظات أعلاه، مع بيان انطباعك عن النتيجة.

الحل:

$$HPI_{-1} = \left[\frac{1}{3}(P_1^a + P_2^a + P_3^a\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$P_3 = \frac{P(H)+P(W)+P(U)}{3}$$

دليل الفقر البشري لـ(بغداد):

$$P_3 = \frac{(12.7)+(36.0)+(10.7)}{3}$$

$$= \frac{59.4}{3} = 19.8$$

$$\therefore HPI_{-1} = \left[\frac{1}{3}(17)^3 + (15)^3 + (19.8)^3\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left[\frac{1}{3}(4913) + (3375) + (7762.4)\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{16050.4}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (5350.1)^{\frac{1}{3}} = 17.5$$

دليل الفقر البشري لـ(أربيل):

$$P_3 = \frac{(10.1)+(32)+(25.9)}{3}$$

$$= \frac{68}{3} = 22.7$$

$$\therefore HPI_{-1} = \left[\frac{1}{3}\ (17)^3 + (31)^3 + (22.7)^3\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left[\frac{1}{3}\ (4913) + (29791) + (11697.1)\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{15467}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (15467)^{\frac{1}{3}} = 24.9$$

دليل الفقر البشري لـ(صلاح الدين):

$$P_3 = \frac{(14.2)+(34)+(9.6)}{3}$$
$$= \frac{57.8}{3} = 19.3$$
$$\therefore HPI_{-1} = \left[\frac{1}{3}(17)^3 + (34)^3 + (19.3)^3\right]^{\frac{1}{3}}$$
$$= \left[\frac{1}{3}\ (4913) + (39304) + (7189)\right]^{\frac{1}{3}}$$
$$= \left(\frac{51406.1}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$
$$= (17135.4)^{\frac{1}{3}} = 25.8$$

دليل الفقر لـ(نينوى):

$$P_3 = \frac{(15.8)+(32)+(9)}{3}$$
$$= \frac{56.8}{3} = 18.9$$
$$\therefore HPI_{-1} = \left[\frac{1}{3}(17)^3 + \ (29)^3 + (18.9)^3\right]^{\frac{1}{3}}$$
$$= \left[\frac{1}{3}(4913) + (24389) + (6751)\right]^{\frac{1}{3}}$$
$$= \left(\frac{36053.3}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$
$$= (12017.8)^{\frac{1}{3}} = 22.9$$

دليل الفقر البشري لـ(البصرة):

$$P_3 = \frac{(9.5)+(22)+(8.11)}{3}$$
$$= \frac{39.61}{3} = 13.2$$
$$\therefore HPI_{-1} = \left[\frac{1}{3}(17)^3 + (20)^3 + (13.2)^3\ \right]^{\frac{1}{3}}$$
$$= \left[\frac{1}{3}(4913) + (8000) + (2300)\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{15213}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$
$$= (5071)^{\frac{1}{3}} = 17.2$$

دليل الفقر البشري لـ(النجف):

$$P_3 = \frac{(11.5)+(24)+(9.1)}{3}$$
$$= \frac{44.6}{3} = 14.87$$
$$\therefore HPI_{-1} = \left[\frac{1}{3}(17)^3 + (26)^3 + (14.87)^{\frac{1}{3}}\right]$$
$$= \left[\frac{1}{3}(4913) + (17576) + (3288)\right]^{\frac{1}{3}}$$
$$= \left(\frac{25777}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$
$$= (8592.3)^{\frac{1}{3}} = 20.3$$

يلاحظ من خلال أدلة الفقر البشري للمحافظات المبحوثة أن كل من محافظتي البصرة وبغداد تتمتع بمستوى نوعية حياة مرتفعة قياساً بباقي المحافظات، بينما كانت محافظتي النجف ونينوى تتمتع بمستوى حياة متوسطة، أما محافظتي أربيل وصلاح الدين فقط كانتا تتمتعان بمستوى حياة منخفضة قياساً بالمحافظات العراقية المبحوثة.

2-6: دليل الفقر البشري للدول الصناعية المتقدمة (HPI-2)

يقيس هذا الدليل نسب الحرمان لنفس الأدلة الفرعية الثلاثة التي يقيسها دليل الفقر البشري (HPI_{-1}) والتي رأيناها في دليل الفقر البشري للدول النامية، إلا أنه يضيف دليل فرعي رابع يتمثل بالشمول الاجتماعي المعرف بنسبة البطالة، علاوة على استخدام دليل فرعي هو نسبة السكان تحت خط الفقر بدلاً من دليل معدل الحرمان من مستوى المعيشة الكريمة بمتوسط مؤشراته الثلاثة التي رأيناها في دليل الفقر البشري للدول النامية وكالتالي وحسب ما ورد في تقرير التنمية البشرية لعام 2001.

1- حياة مديدة وصحية: التعرض للموت عند سن مبكرة نسبياً، ويقاس بنسبة السكان الذين يقل عمرهم المتوقع عند الولادة عن 60 سنة، (% من السكان).

2- المعرفة: الاستبعاد من القراءة والكتابة والاتصالات، ويقاس بنسبة الأمية الوظيفية (%من السكان من عمر 10-65 سنة).

3- مستوى معيشة لائق: الحرمان من الأمان الاقتصادي ويقاس بنسبة السكان تحت خط الفقر (% من السكان).

4- الشمول الاجتماعي: استبعاد سكان من القوى العاملة، ويقاس بنسبة البطالة الطويلة (12شهر أو أكثر).

إن صيغة دليل الفقر البشري للدول الصناعية المتقدمة تأخذ الشكل الآتي:

$$HPI_{-2} = \left[\frac{1}{4}(P_1^a + P_2^a + P_3^a + P_4^a\right]^{\frac{1}{a}}$$

عندما:

P_1: يمثل نسبة السكان الذين يقل عمرهم المتوقع عند الولادة عن 60سنة.

P_2: يمثل نسبة الأمية الوظيفية (% من السكان من عمر 16-65 سنة).

P_3: يمثل نسبة السكان تحت خط الفقر (% من السكان).

P_4: يمثل نسبة البطالة الطويلة (12شهر فأكثر).

$1= w_1 = w_2 = w_3 = wu$

$3=a$

مثال5: البيانات التالية لإحدى الدول الصناعية المتقدمة مأخوذة من تقرير- ملاحظات إحصائية في تقرير التنمية البشرية- الصادر عن الأمم المتحدة عام 1994.

- نسبة السكان الذين يقل عمرهم المتوقع عند الولادة عن 60 سنة = 8.7%.

- نسبة الأمية الوظيفية = 16.6%.

- نسبة السكان تحت خط الفقر = 12.8%.

- نسبة البطالة الطويلة = 0.7%.

المطلوب: حساب دليل الفقر البشري لهذه الدولة؟

الحل:

$$HPI_{-2} = \left[\frac{1}{4}(P_1^a + P_2^a + P_3^a + P_4^a\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$= \left[\frac{1}{4}(8.7)^3 + (16.6)^3 + (12.8)^3 + (0.7)^3\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left[\frac{1}{4}(658.5) + (4574.3) + (2097.2) + (0.3)\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{7330.3}{4}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (1832.6)^{\frac{1}{3}} = 12.2$$

مثال6: البيانات التالية (افتراضية) لدولتين صناعيتين متقدمتين:

الدولة A:

- نسبة السكان الذين يقل عمرهم المتوقع عند الولادة عن 60 سنة = 7.9%.

- نسبة الأمية الوظيفية من السكان بين 16-65سنة = 18.3%.

- نسبة السكان تحت خط الفقر = 9.1%.

- نسبة البطالة الطويلة = 0.6%.

الدولة B:

- نسبة السكان الذين يقل عمرهم المتوقع عند الولادة عن 60سنة = 6.8%.
- نسبة الأمية الوظيفية من السكان بين 16-65سنة = 16.7%.
- نسبة السكان تحت خط الفقر = 11.8%.
- نسبة البطالة الطويلة = 0.9%.

المطلوب: أي من الدولتين يكون فيها نسب الحرمان أقل حسب دليل الفقر البشري للدول الصناعية المتقدمة؟

الحل:

$$HPI_{-2} = \left[\frac{1}{4}(P_1^a + P_2^a + P_3^a + P_4^a\right]^{\frac{1}{a}}$$

الدولة A:

$$\begin{aligned} HPI_{-2} &= \left[\frac{1}{4}(7.9)^3 + (18.3)^3 + (9.1)^3 + (0.6)^3\right]^{\frac{1}{3}} \\ &= \left[\frac{1}{4}(493.0) + (6128.5) + (753.6) + (0.2)\right]^{\frac{1}{3}} \\ &= \left(\frac{7330.3}{4}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= (1843.8)^{\frac{1}{3}} = 12.27 \end{aligned}$$

الدولة B:

$$\begin{aligned} HPI_{-2} &= \left[\frac{1}{4}(6.8) + (16.7) + (11.8) + (0.9)\right]^{\frac{1}{3}} \\ &= \left[\frac{1}{4}(314.4) + (4657.5) + (1643.0) + (0.7)\right]^{\frac{1}{3}} \\ &= \left(\frac{6615.6}{4}\right)^{\frac{1}{3}} \\ &= (1653.9)^{\frac{1}{3}} = 11.82 \end{aligned}$$

نتيجة لكون قيمة دليل الفقر البشري للدولة (B) تساوي (11.82) هي أقل من قيمة دليل الفقر البشري للدولة (A) والتي تساوي (12.27) فإن نسبة الحرمان للدولة (B) هي الأقل قياساً بالدولة (A) حسب دليل الفقر البشري للدول الصناعية المتقدمة.

3-6: دليل الفقر البشري الوطني (HPNI)

يعد هذا الدليل مقترحاً على المستوى الوطني، وهو يتضمن إضافة للأدلة الفرعية التي يحويها دليل الفقر البشري للدول النامية (HPI-1) بعض الأدلة الفرعية الأخرى ذات العلاقة بالأوضاع الاقتصادية والصحية والاجتماعية والسياسية وغيرها، والتي تتصف بطابع خاص يتعلق بدولة معينة، ويأخذ هذا الدليل الصيغة الآتية:

$$HPNI = \left[\frac{1}{n}\left(P_1^a + P_2^a + P_3^a + P_4^a + P_5^a + \cdots P_n^a\right]^{\frac{1}{a}}$$

عندما:

n = عدد الأدلة الفرعية.

1 = a

$1 = Wn = \ldots\ldots = W2 = W_1$

P_1 = نسبة السكان الذين يتوقع أن يعيشوا حتى الأربعين (% من السكان).

P_2 = معدل الأمية (% من السكان من عمر 10 سنوات فأكثر).

P_3 = معدل الحرمان من مستوى المعيشة الكريمة.

P_4 = نسبة البطالة الطويلة (12شهر فأكثر) من القوى العاملة.

P_5 = نسبة فقدان الأمان وتقاس بالوسط الحسابي لمؤشرات أو بعض مؤشرات الانتقاص من أدمية الإنسان وتدني مستواه المعيشي والحياتي

مثل تقييد الحريات والاضطهاد السياسي والثقافي والديني والاعتداء وجريمة القتـل والتهجـير والنزوح القسري والطائفية والسرقة وغيرها.

وعليه فإن:

$$P_3 = \frac{P(h)+P(w)+P(U)+P(e)}{4}$$

عندما:

P(h) يمثل نسبة المحرومين من الرعاية الصحية الجيدة.

P(w) يمثل نسبة المحرومين من مياه الشرب الصالحة.

P(u) يمثل نسبة الأطفال ناقصي الوزن.

P(e) يمثل نسبة المحرومين من الطاقة الكهربائية المستقرة.

وأن:

$$P_5 = \frac{P_{51}+P_{52}+P_{53}+\cdots P_{5n}}{n}$$

عندما:

P_{5n} .... P_{51} = مؤشرات فقدان الأمان.

n = عدد المؤشرات.

مثال7: البيانات التالية المعالجـة إحصـائياً مـأخوذة مـن مسـح الأحـوال المعيشـية لعـام 2004، والمجموعة الإحصائية السنوية لعام 2004 في العراق.

- نسبة السكان الذين يتوقع أن يعيشوا حتى سن الأربعين = 17%.
- معدل الأمية = 29.4%.
- نسبة المحرومين من الرعاية الصحية الجيدة = 12.4%.
- نسبة المحرومين من مياه الشرب الصالحة = 29.7%.
- نسبة الأطفال ناقصي الوزن = 12.9%.

- نسبة المحرومين من الطاقة الكهربائية المستقرة = 80.6%.

- نسبة البطالة الطويلة = 26.8%.

- نسبة الاعتداء الجسدي = 22.65%.

- نسبة الاختطاف = 8.13%.

- نسبة جريمة القتل = 11.34%.

- نسبة السرقة = 43.17%.

- a=3

المطلوب:

1- حساب دليل الفقر البشري HPI_{-1}

2- حساب دليل الفقر البشري الوطني HPNI مع بينا انطباعك عن التغير في قيمتي الدليلين.

الحل:

1- دليل الفقر البشري HPI_{-1}

$$HPI_{-1} = \left[\frac{P_1^a + P_2^a + P_3^a}{3}\right]$$

$$P_3 = \frac{P(h) + P(w) + P(U)}{3}$$

$$P_3 = \frac{12.4 + 29.7 + 12.9}{3}$$

$$= \frac{55}{3} = 18.33$$

$$\therefore HPI_{-1} = \left[\frac{1}{3}(17)^3 + (29.4)^3 + (18.33)^3\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left[\frac{1}{3}(4913) + (25412) + (6158.7)\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{36484.5}{3}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (12161.5)^{\frac{1}{3}} = 23.0$$

2- دليل الفقر البشري الوطني HPNI

$$HPNI = \left[\frac{1}{n}(P_1^a + P_2^a + P_3^a + P_4^a + P_5^a\right]^{\frac{1}{a}}$$

$$P_3 = \frac{P(h)+P(w)+P(U)+P(e)}{4}$$

$$P_5 = \frac{P_{51}+P_{52}+P_{53}+P_{54}}{n}$$

$$\therefore P_3 = \frac{12.4+29.7+12.9+80.6}{4}$$

$$= \frac{135.6}{4} = 33.9$$

$$P_5 = \frac{22.65+8.13+11.34+43.7}{4}$$

$$= \frac{85.82}{4} = 21.46$$

$$\therefore HPNI = \left[\frac{1}{5}((17)^3 + (29.4)^3 + (33.9)^3 + (26.8)^3 + (21.46)^3)\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left[\frac{1}{5}((4913) + (25412.8) + (38958.2) + (19248.8) + (9883))\right]^{\frac{1}{3}}$$

$$= \left(\frac{98415.8}{5}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$= (19683.16)^{\frac{1}{3}} = 27.0$$

يلاحظ ان قيمة دليل الفقر البشري الوطني (27) أكبر من قيمة دليل الفقر البشري للدول النامية (23). وقد جاء هذا الارتفاع في قيمة الدليل بسبب ادخال دليلين فرعيين هما نسبة البطالة الطويلة ونسبة فقدان الأمان، اضافة الى مؤشر نسبة المحرومين من الطاقة الكهربائية المستقرة في الوسط الحسابي لمعدل الحرمان من مستوى المعيشة الكريمة، هذا الأمر جعل مستوى الحرمان في دليل الفقر البشري الوطني أكبر قياساً بدليل الفقر البشري للدول النامية.

4-6: تمارين

1- من نتائج مسح الأحوال المعيشية في العراق لعام 2004 وبيانات المجموعة الإحصائية لـنفس العام، ثم الحصول على البيانات المدرجة في الجدول التـالي عـن محافظـات دهـوك وديـالى وذي قار:

المؤشرات	دهوك	ديالى	ذي قار
نسبة السكان الذين يقل عمرهم عن 40سنة.	17	17	17
معدل الأمية.	43	24	30
نسبة المحرومين من الرعاية الصحية الجيدة.	15.8	12.2	12.6
نسبة المحرومين من مياه الشرب الصالحة.	22	41	7
نسبة الأطفال ناقصي الوزن.	22.5	14.6	11.7

المطلوب:

حساب دليل الفقر البشري HPI_{-1} للمحافظات أعلاه؟ وبيان انطباعك عن النتيجة.

علماً أن $W_3 = W_2 = W_1$=1 , a=3

2- المؤشرات التالية هي لإحدى المدن الصناعية المتقدمة (افتراضية):

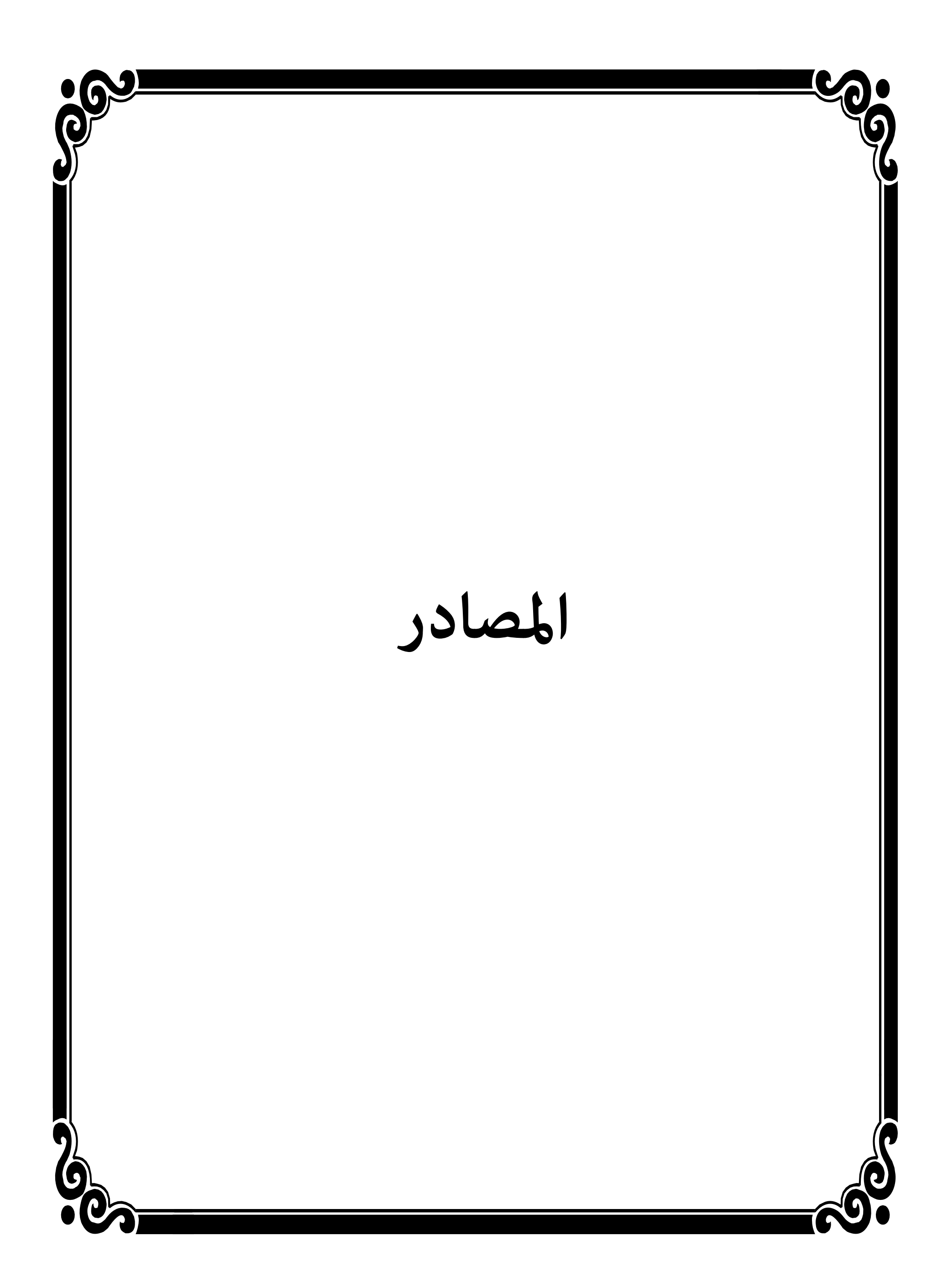
- نسبة السكان الذين يقل عمرهم المتوقع عند الولادة عن 60 سنة = 9.3%.
- نسبة الأمية الوظيفية = 15.6%.
- نسبة السكان تحت خط الفقر = 9.8%.
- نسبة البطالة الطويلة = 2.8%.

المطلوب: حساب دليل الفقر البشري HPI_{-2} لهذه الدولة.

3- البيانات التالية لإحدى الدول العربية التي حدث فيها تحولات سياسية عام 2011.

- نسبة السكان الذين يتوقع أن يعيشوا حتى سن 40سنة = 22%.
- معدل الأمية = 31.4%.
- نسبة المحرومين من الرعاية الصحية الجيدة = 14.7%.
- نسبة المحرومين من المياه الصالحة للشرب = 33.8%.
- نسبة الأطفال ناقصي الوزن = 15.95.
- نسبة البطالة الطويلة = 25.2%.
- نسبة فقدان الأمان =

المطلوب: حساب دليل الفقر البشري الوطني HPNI لهذه الدولة.



المصادر

المصادر

المصادر العربية:

1- أحمد ابريهي العلي (1978) توزيع الدخل في العراق: قياس بعض مظاهر التفاوت ومحاولة في التحليل الاقتصادي، وزارة التخطيط، الدائرة الاقتصادية، بغداد.

2- إسماعيل عبيد حمادي (1981) عدالة توزيع الدخول: حالة دراسية عن العراق، مجلة تنمية الرافدين، العدد الخامس، موصل، العراق.

3- أموري هادي كاظم الحسناوي (2002) طرق القياس الاقتصادي، دار وائل للنشر، عمان، الأردن.

4- حسين علي بخيت، سحر فتح الله (2009) القياس الاقتصادي، دار اليازوردي العلمية للنشر والتوزيع، الطبعة العربية، عمان، الأردن.

5- دومنيك سالفاتور (1982) نظريات ومسائل في الإحصاء والاقتصاد القياسي، سلسلة ملخصات شوم، دار ماكروهيل للنشر، دار المريخ، السعودية.

6- سعد عجيل شهاب (1984) توزيع الدخل الشخصي وأثره على أنماط الاستهلاك واتجاهات الطلب في العراق للفترة 1971-1979، رسالة ماجستير في الاقتصاد غير منشورة، كلية الإدارة والاقتصاد، جامعة الموصل، العراق.

7- سعد عجيل شهاب (1995) تقدير رياضي لمستوى الرفاهية الاقتصادية في العراق، مجلة تنمية الرافدين، العدد30، موصل، العراق.

8- عبد القادر محمد عبد القادر عطية (2005) الحديث في الاقتصاد القياسي بين النظرية والتطبيق، الدار الجامعية، الإسكندرية.

9- عصام عزيز شريف (1981) مقدمة في القياس الاقتصادي، ديوان المطبوعات الجامعية، الطبعة الثانية، الجزائر.

10- ميشيل توادرو (2006) التنمية الاقتصادية، ترجمة محمود حسن حسين، محمود حامد محمود، دار المريخ، الرياض، السعودية.

11- وديع محمد عدنان (2002)، قياس التنمية ومؤشراتها، مجلة جسر التنمية، المجلد الأول، المعهد العربي للتخطيط، الكويت.

12- وليد محمد السيفو، أحمد محمد مشعل (2010) الاقتصاد القياسي، الطبعة الأولى، الشركة العربية المتحدة للتسويق والتوريدات، القاهرة، جمهورية مصر العربية.

المصادر الإنكليزية:

1- Criffin, K. (1978), International and National poverty, Macmillan press LTD, London.

2- Gujarati, D.N, (2003), Basic Econometrics, Mc Graw - Hill Higher Education.

3- Harvey, A.C. (1990), The Econometric Analysis of time series, MIT press, Cambridge.

4- Loehr, W, powelson, J. (1981) The Economics of development and distribution, Harcourt Brace Jovanovich, U.S.A

5- Pinych, R, Rubin field, D. (1981) Econometric Models and Economic forecasts, Mc Graw-Hill Inc, New York.

6- Schultz, T.W, (1965), Investing in poor people: An Economists view American Economic Review, No.2, vol.55.

7- Sen, A. (1971) on Economic Inequality, Oxford university press, London.

8- Shapiro, E, (1978), Macroeconomic Analysis, 4th. Ed, Harcourt Brace Jovanovich, INC, New sYork.

9- Wonnacalt, T.H, Wonnacolt, R.J, (1990), introductory statistics for Business and Economics, New York.